

N^o D'ORDRE :
403 S^{te} A, 379

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
MENTION : SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. JEAN KUNTZ

Ingénieur-diplômé E.T.P.

Diplômé de l'Ecole Supérieure de Perfectionnement Industriel.

1^{re} THÈSE. — Contribution à l'étude physique des disjoncteurs.

2^e THÈSE. — Proposition donnée par la Faculté :
Effet Raman dans les électrolytes.

Soutenues le juillet 1938 devant la Commission d'examen.

11 JUIL. 1938

MM. EUGÈNE DARMOIS.... *Président.*

FRANÇOIS CROZE..... } *Examinateurs.*
Jean CABANNES..... }

ÉVREUX

IMPRIMERIE HENRI DÉVÉ

4, RUE DU DOCTEUR-GUINDEY, 4

N^o D'ORDRE :
403 S¹e A, 379

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
MENTION : SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. JEAN KUNTZ

Ingénieur-diplômé E.T.P.

Diplômé de l'Ecole Supérieure de Perfectionnement Industriel.

1^{re} THÈSE. — Contribution à l'étude physique des disjoncteurs.

2^e THÈSE. — Proposition donnée par la Faculté :
Effet Raman dans les électrolytes.

Soutenues le juillet 1938 devant la Commission d'examen.

MM. EUGÈNE DARMOIS.... *Président.*

FRANÇOIS CROZE..... } *Examinateurs.*
JEAN CABANNES..... }

ÉVREUX

IMPRIMERIE HENRI DÉVÉ

4, RUE DU DOCTEUR-GUINDEY, 4

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen honoraire
Doyen

M. MOLLIARD.
C. MAURAIN, *Professeur*, Physique du Globe.

Professeurs honoraires

H. LEBESGUE.
A. FERNBACH.
Emile PICARD.
Léon BRILLOUIN.
GUILLET.
PÉCHARD.
FREUNDLER.
AUGER.

BLAISE.
DANGEARD.
LESPIEAU.
MARCHEL.
VESSIOT.
PORTIER.
MOLLIARD.
LAPIQUE.

G. BERTRAND.
ABRAHAM.
Ch. FABRY.
Léon BERTRAND.
WINTREBERT.
DUBOSQ.
BOHN.

PROFESSEURS

M. CAULLERY .. T Zoologie (Evolution des êtres organisés).
G. URBAIN..... T Chimie générale.
Emile BOREL... T Calcul des probabilités et Physique mathématique.
Jean PERRIN .. T Chimie physique.
E. CARTAN..... T Géométrie supérieure.
A. COTTON T Recherches physiques.
J. DRACH T Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
Charles PÉREZ .. T Zoologie.
E. RABAUD ... T Biologie expérimentale.
M. GUICHARD .. Chimie minérale.
Paul MONTEL .. T Théorie des fonctions et Théorie des transformations.
L. BLARINGHEM. T Botanique.
G. JULIA T Mécanique analytique et mécanique céleste.
C. MAUGUIN ... T Minéralogie.
A. MICHEL-LÉVY T Pétrographie.
H. BÉNARD ... T Mécanique expérimentale des fluides.
A. DENJOY T Application de l'analyse à la géométrie.
L. LUTAUD T Géographie physique et géologie dynamique.
Eugène BLOCH . T Physique.
G. BRUHAT T Physique théorique et physique céleste.
E. DARMOIS.... T Enseignement de Physique.
A. DEBIERNE .. T Physique générale et radioactivité.
A. DUFOUR T Physique (P.C.B.).
L. DUNOYER ... T Optique appliquée.
A. GUILLIER-MOND T Botanique.
M. JAVILLIER .. T Chimie biologique.
ROBERT-LÉVY . T Physiologie comparée.
F. PICARD Zoologie (Evolution des êtres organisés).
Henri VILLAT .. T Mécanique des fluides et applications.
Ch. JACOB T Géologie.
P. PASCAL T Chimie minérale.
M. FRÉCHET ... T Calcul différentiel et Calcul intégral.
E. ESCLANGON . T Astronomie.
M^{me} RAMART-LUCAS T Chimie organique.

H. BÉGHIN T Mécanique physique et expérimentale.
FOCH Mécanique expérimentale des fluides.
PAUTHENIER .. Physique (P.C.B.).
DE BROGLIE ... T Théories physiques.
CHRÉTIEN Optique appliquée.
P. JOB Chimie générale.
LABROUSTE ... Physique du Globe.
PRENANT T Anatomie et histologie comparées.
VILLEY..... Mécanique physique et expérimentale.
COMBES T Physiologie végétale.
GARNIER T Mathématiques générales.
PÉRÈS Mécanique théorique des fluides.
HACKSPILL Chimie (P.C.B.).
LAUGIER T Physiologie générale.
TOUSSAINT Technique Aéronautique.
M. CURIE Physique (P.C.B.).
G. RIBAUD T Hautes températures.
CHAZY T Mécanique rationnelle.
GAULT Chimie (P.C.B.).
CROZE..... Recherches physiques.
DUPONT T Théories chimiques.
LANQUINE T Géologie structurale et géologie appliquée.
VALIRON Mathématiques générales.
BARRABÉ Géologie structurale et géologie appliquée.
MILLOT..... Biologie animale (P.C.B.).
F. PERRIN Théories physiques.
VAVON Chimie organique.
G. DARMOIS ... Calcul des Probabilités et Physique-Mathématique.
CHATTON T Biologie maritime.
AUBEL..... Chimie biologique.
Jacques BOURCART. Géographie physique et Géologie dynamique.
M^{me} JOLIOT-CURIE..... Physique générale et Radioactivité.
PLANTEFOL.... Biologie végétale (P.C.B.).
CABANNES..... Enseignement de Physique.
GRASSÉ..... Biologie animale (P.C.B.).
PRÉVOST Chimie (P.C.B.).

Secrétaire
Secrétaire honoraire

A. PACAUD.
D. TOMBECK.



A MA FEMME

A MES PARENTS

A MES BEAUX-PARENTS

INTRODUCTION

La présente étude a pour but d'étudier mathématiquement le mouvement complet de l'équipage mobile d'un disjoncteur dans le cas d'un court-circuit.

Après avoir rappelé brièvement les phénomènes qui prennent naissance lors d'un court-circuit, nous avons abordé le problème dans le cas tout-à-fait général, en considérant un système de courants polyphasés dont les différentes phases seraient décalées d'une façon absolument quelconque.

Nous avons repris ensuite le problème dans le cas où l'analyse de décalage des phases est régulier et égal à $\frac{2\pi}{3}$.

Puis nous avons étudié le mouvement de l'équipage mobile en décomposant ce mouvement en quatre phases successives. La première phase, qui est la plus importante au point de vue théorique et pratique, s'étend depuis le début du déclenchement jusqu'au moment où les forces électrodynamiques deviennent négligeables (extinction de l'arc).

La deuxième phase prend fin lorsque l'action des ressorts de détente devient nulle. Pendant la troisième phase l'équipage mobile continue donc à descendre sous l'action de l'impulsion et de son propre poids. Enfin la quatrième phase commence au moment où la traverse touche les amortisseurs et prend fin à l'arrêt complet du système mobile. Ces déductions mathématiques corrélativement avec les données expérimentales nous ont permis de construire les courbes du mouvement pour chacune des différentes phases, ce qui permet de se rendre compte de la position des contacts mobiles et de la vitesse de leur déplacement dans l'huile, à tout instant pour un régime donné.

Nous avons montré aussi que si pour la première phase on réunit les extrémités des courbes $x = f(t)$ par une courbe continue on obtient le lieu géométrique des points d'extinction de l'arc ce qui permet la prédétermination de sa longueur maximum et du temps jusqu'à son extinction et cela pour n'importe quel régime.

De même, le lieu géométrique des extrémités des courbes $x = f(t)$ de la

seconde phase permet la prédétermination du temps qui mettrait l'équipage mobile pour parcourir la distance sous l'action de l'impulsion due aux efforts électrodynamiques et sous l'action du système de détente.

L'allure de ces deux natures de courbes permet d'analyser l'influence des forces électriques au déclenchement. On en déduit que ces forces provoquent une accélération proportionnelle à l'intensité du courant de court-circuit.

Ces courbes permettent aussi de se rendre compte à tout instant de la valeur de l'énergie cinétique de l'équipage mobile et particulièrement au moment où cette partie mobile rencontre le dispositif d'amortissement ce qui permet de prévoir celui-ci en conséquence.

Nous tenons à renouveler ici toute notre gratitude à notre Cher Maître, M. Eugène Darmois, professeur à la Sorbonne, qui a bien voulu assurer la direction de nos recherches et la présidence de la commission d'examen de notre thèse.

Ce travail a été effectué aux Laboratoires de Recherches de l'Ecole Spéciale des Travaux Publics, que M. Léon Eyrolles, Directeur de cette Ecole, trouve ici l'expression de notre sincère reconnaissance et de notre respectueuse affection.

Soutenu également au cours de notre étude par Messieurs les Professeurs Cabannes et Croze, nous leur présentons tous nos plus vifs remerciements.

Enfin nous ne voulons pas manquer d'exprimer notre reconnaissance et nos sincères remerciements à M. Oleg Yadoff, Ingénieur-Docteur, chef du service des Recherches de Cachan qui a bien voulu nous faire profiter de sa grande compétence et nous a guidé de ses conseils éclairés.

Contribution à l'Étude physique des Disjoncteurs

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

On sait qu'en électrotechnique on assigne à l'appareil appelé disjoncteur, ou interrupteur automatique, le rôle de couper le circuit sur lesquels il est installé dans le cas d'un dérangement quelconque des lignes. A cet effet cet appareil est pourvu d'un mécanisme propre à provoquer l'ouverture automatique du circuit. La coupure des courants de court-circuit à haute tension constitue un problème déjà relativement ancien. La littérature technique se rapportant à cette question est excessivement riche, mais malgré cela le problème dans son ensemble ne peut pas encore être considéré comme définitivement résolu ; dans l'industrie électrique il est toujours d'actualité.

L'accroissement très rapide de la puissance des centrales génératrices d'énergie électrique et l'interconnexion toujours plus poussée des réseaux à haute tension ont amené les électriciens à envisager de nombreux modèles de disjonction de systèmes différents.

On distingue notamment parmi ces modèles le disjoncteur dit à huile, qui reste l'un des plus employés dans l'électrotechnique des courants forts. Il s'adapte facilement à tout réseau envisagé et se distingue par son fonctionnement sûr, par sa robustesse et son entretien relativement simple.

Les exigences des électriciens sont bien sévères : on demande à un bon disjoncteur, non seulement d'assurer sans danger d'explosion et sans aucun autre dommage la rupture du courant de court-circuit, mais également de supporter, pendant un temps nécessaire, l'intensité la plus élevée qui s'établit au début du court-circuit ; l'échauffement, les efforts électromagnétiques et électrodynamiques, qu'engendre ce courant de court-circuit, ne doivent aucunement influencer son bon fonctionnement. Souvent les perturbations sont instantanées et disparaissent dès

la rupture du circuit ; dans ce cas il faut que le disjoncteur puisse être réenclenché sans conséquences nuisibles pouvant être provoquées par les efforts électrodynamiques ainsi que les effets thermiques. Mais l'exigence essentielle est de couper d'une façon sûre et complète le courant de court-circuit ou de surintensité et ceci dans un temps le plus petit possible. Dans un disjoncteur à huile cette rupture se fait mécaniquement par la projection vers le bas de la partie mobile comportant une série de contacts symétriquement disposés. Le courant qui persiste sous forme d'un arc électrique est donc coupé par l'allongement progressif et extrêmement rapide de la partie du disjoncteur. Le rôle de l'huile consiste à réduire considérablement cette longueur de l'arc. L'huile constitue en conséquence le milieu ambiant du mouvement de la partie mobile du disjoncteur. On a observé que sa viscosité varie, en général, avec le développement de la chaleur mise en jeu par l'arc électrique, mais cette variation est relativement faible et en plus paraît avoir une forte inertie ; la viscosité de l'huile prenant un autre régime dans un temps plus grand qu'il faut pour le déclenchement reste donc sans influence sensible sur le fonctionnement général.

L'arc électrique constitue donc un des premiers phénomènes à étudier dans un disjoncteur. On peut se demander où en sont nos connaissances générales sur ses qualités physiques et sur la relation qui existe entre l'arc et les variations du courant lors du déclenchement.

Bien que constituant l'un des phénomènes électriques qui aient attiré depuis longtemps les physiciens du monde entier, l'arc électrique conserve encore quelques mystères qui nous empêchent d'être complètement renseignés sur ses véritables qualités. Les traités de physique spécifient qu'un arc électrique s'établit dans un milieu gazeux porté à très haute température et qu'il présente, en général, la forme la plus courante de la décharge électrique dans les gaz. L'endroit dont il est le siège se manifeste toujours par un dégagement de chaleur et exige, par conséquent, l'absorption d'une certaine quantité d'énergie électrique. On admet avec un haut degré de précision que l'énergie électrique absorbée par l'arc en action peut être représentée par la formule : $W = (\alpha i + \beta li + \gamma + \delta l) t$, où i représente l'intensité du courant efficace dans l'arc, l sa longueur et t le temps de son maintien ; α , β , γ et δ sont des constantes dépendant exclusivement du milieu dans lequel l'arc s'établit ; dans notre cas, de la qualité physique de l'huile.

Dans l'électrotechnique on néglige généralement les constantes α , γ et δ , ce qui conduit à l'expression $W = \beta lit$ ou $\beta i v t^2$, tenant compte que

la longueur l est proportionnelle à la vitesse de propagation v , on a :
 $l = vt$.

Ces quelques considérations exposées tout à fait dans leurs grandes lignes nous permettent d'aborder ce sujet par les deux diagrammes représentatifs ci-contre, montrant l'un d'eux, les variations du courant en fonction du temps pendant la coupure d'un court-circuit *résistant* alimenté en courant alternatif (fig. 1), l'autre, celui de la figure (2), concernant un circuit *inductif*. Nous empruntons ces diagrammes à l'étude de M. Saint-Germain, présentée le 30 mai 1931, en conférence au Conservatoire National des Arts et Métiers.

Dans le cas d'un circuit comprenant exclusivement la résistance *non-inductive* R , le courant, avant sa coupure, varie selon la loi sinusoïdale $i = I \cos \omega t = \frac{\beta vt}{R}$. Représenté graphiquement, le terme $\frac{\beta vt}{R}$ suit, en valeur absolue, les variations d'une droite inclinée de forme $i = at$, et coupe en plusieurs points la sinusoïde $i = I \cos \omega t$. Ainsi on obtient une

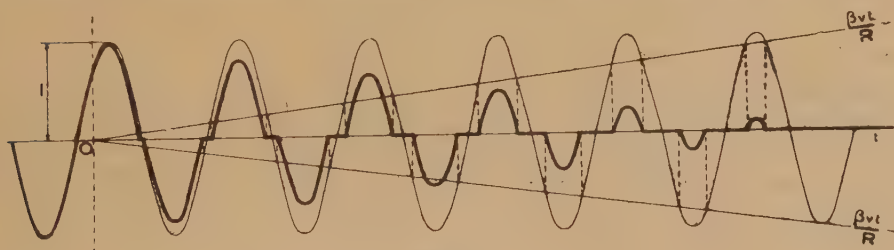


Fig. 1.

courbe harmonique de battement, tracée sur la figure 1 en trait plein et représentant les variations du courant dans l'arc. Il en ressort qu'entre chaque extinction et chaque réamorçage, il existe une période infinitésimale de non existence d'arc et où le courant i est nul. Sa durée augmente avec le temps et fait diminuer à chaque demi-période l'amplitude du courant de l'arc. Ce courant s'annule spontanément au temps

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arccos \left(\frac{l\beta}{IR} \right)$$

correspondant à la longueur maximum l_0 .

Le diagramme de la figure 2 est relatif au circuit purement inductif. Les variations du courant de l'arc sont régies par l'équation différentielle :

$$E \cos \omega t = L \left(\frac{di}{dt} \right) + \beta vt \quad \text{d'où on tire} \quad i = I \sin \omega t - \frac{\beta vt^2}{2L}$$

Les variations du courant dans l'arc sont encore données par la courbe résultante tracée en trait plein, et le temps auquel ce courant s'annule est donné par :

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arcsin \left(\frac{\beta l_0^2}{2ILv} \right)$$

Ces considérations si simples à première vue se compliquent dans de grandes proportions, car la pratique montre que les conditions d'extinc-

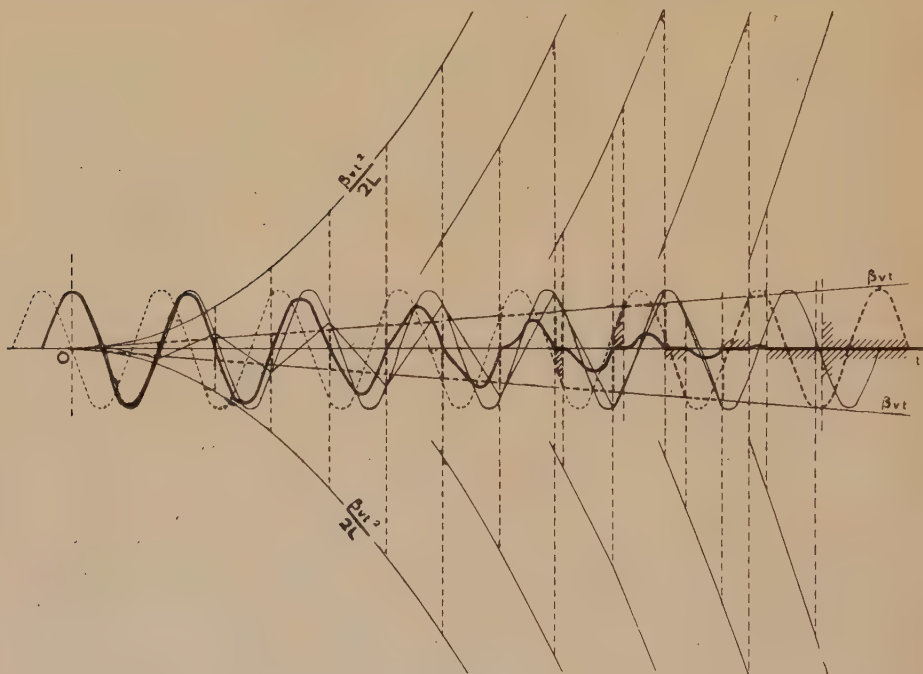


Fig. 2.

tion et de réamorçage dépendent des qualités physiques, généralement variables, du milieu dont l'arc est le siège. En ce qui concerne les disjoncteurs électriques aucune précision n'est encore donnée sur les conditions de l'état d'ionisation et de la rapidité de désionisation de l'huile. Les difficultés de la détermination exacte, si l'on veut mathématique, des phénomènes de rupture se compliquent encore du fait qu'un arc électrique subit des variations sensibles sous l'influence des champs électriques et magné-

tiques, sous l'influence de la température et même d'un courant d'air.

Enfin, un point important à signaler, c'est l'influence très marquée de la nature propre du court-circuit. L'arc ne se conduit pas de la même manière, s'il est provoqué par un court-circuit au voisinage immédiat de l'usine génératrice ou du poste de transformation ou, au contraire, par un court-circuit éloigné. Les variations du courant et de la tension ont fait l'objet d'observations nombreuses ; ces constatations expérimentales nous permettent en toute confiance de généraliser ces cas et les mettre

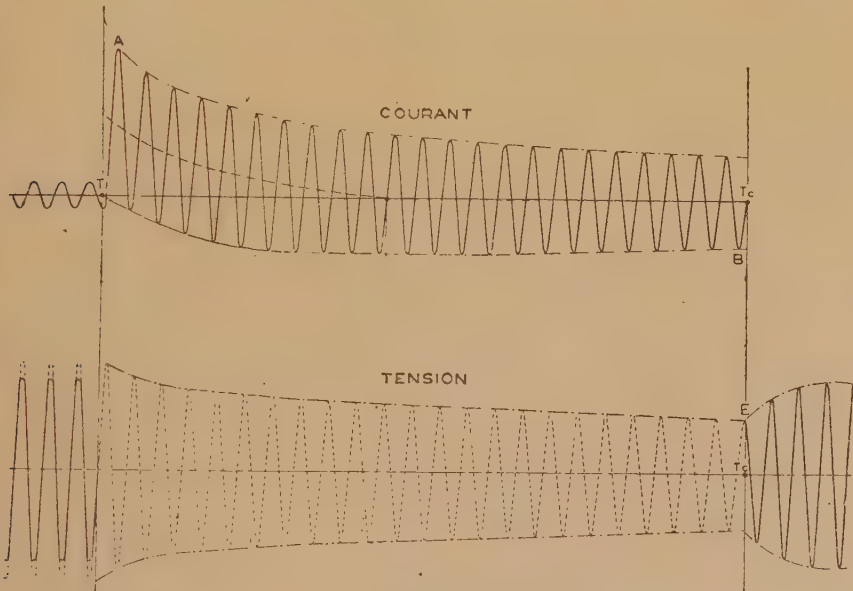


Fig. 3.

sous forme de deux groupes d'oscillogrammes que nous avons jugés utile de reproduire dans cette présente étude. Sur la figure (3) nous avons représenté les variations du courant et de la tension en fonction du temps, lors d'un court-circuit au voisinage de l'usine. La courbe du haut donne d'abord le courant sinusoïdal en marche normale (sinusoïde régulière à très faible amplitude), puis, le courant s'établissant dans le circuit dès le court-circuit jusqu'à sa coupure. On voit qu'au moment T_a où se produit un court-circuit, le courant atteint brusquement une valeur très élevée A qui, dans les installations modernes, peut atteindre plusieurs

fois la valeur du courant nominal. Ce courant décroît ensuite en s'amortissant et se réduit après un temps, compris suivant les caractéristiques du réseau entre 100 et 200 périodes, à une valeur B plus ou moins stationnaire, que l'on appelle courant de court-circuit permanent. Cet oscillogramme montre d'autre part que la variation du courant de court-circuit peut être décomposée en deux parties : une composante alternative telle

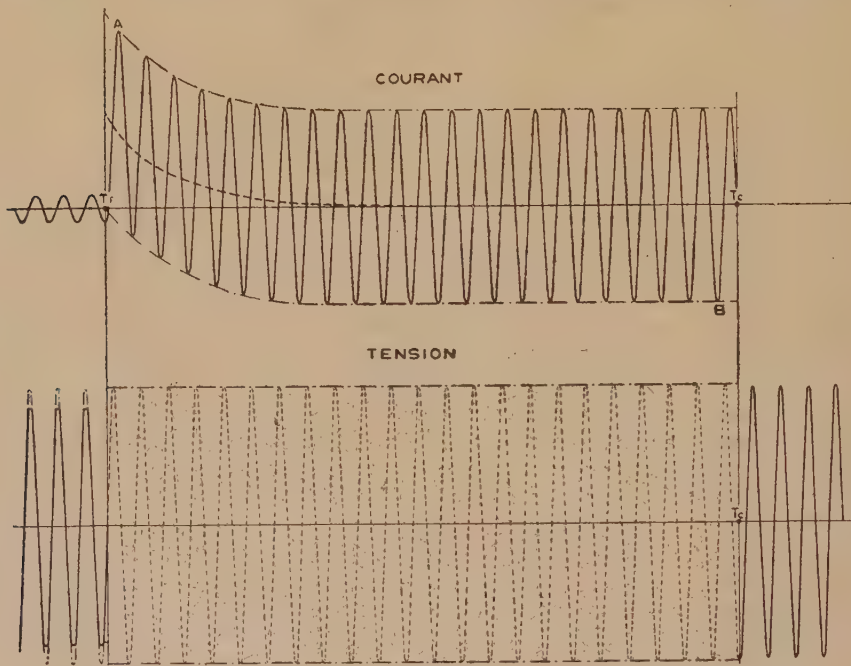


Fig. 4.

que nous la voyons et une composante continue. Cette dernière est une grandeur fictive, néanmoins capable d'interprétation géométrique (ligne tracée en pointillé). Généralement, de tels oscillogrammes tracés pour un court-circuit aux bornes d'une usine génératrice, sont très variables et il est difficile de prédéterminer même approximativement les variations de l'intensité du courant et, par conséquent, l'influence des phénomènes qui l'accompagnent : efforts électrodynamiques, effets thermiques, etc... Ce que l'on peut généralement admettre, c'est que la composante continue à l'origine du court-circuit est égale à la moitié de l'amplitude de la

composante alternative, puis, qu'elle s'amortit rapidement à l'allure d'une fonction exponentielle. L'oscillogramme représentatif du bas donne les variations du potentiel ; en pointillé est figurée la variation de la f. é. m. et en trait plein la variation de la tension. Avec l'apparition du court circuit, la tension disparaît et la f.é.m. diminue progressivement au fur et à mesure de l'accroissement de la réaction statorique de l'usine génératrice. Lorsque la coupure se produit (temps T_c), la f.é.m. réaugmente de valeur et au bout d'un certain temps reprend sa grandeur normale. Les oscillogrammes de la figure (4) sont relatifs à un court-circuit éloigné de l'usine génératrice. Dans ce cas à l'impédance des alternateurs il faut ajouter l'impédance totale des lignes, des transformateurs, des bobines de réactance et, en général, de tous les appareils inductifs qui sont insérés sur cette ligne. Dès l'origine l'intensité du courant sera sensiblement réduite par rapport au cas que nous avons considéré plus haut. La composante continue disparaît très rapidement de sorte qu'on peut considérer en toute confiance et avec un degré de précision voulu que pendant tout le temps de court-circuit et par suite du fonctionnement du disjoncteur, la composante alternative conserve sensiblement une amplitude constante. De même, en ce qui concerne la f.é.m. laquelle, en absence de la réaction d'induit, peut être considérée comme maintenue constante. C'est précisément ce cas qui fait l'objet de notre étude ; la constance de l'intensité permet de l'analyser mathématiquement. C'est d'ailleurs le cas le plus fréquent de la pratique.

PHÉNOMÈNES PHYSIQUES ACCOMPAGNANT LA RUPTURE DANS UN DISJONCTEUR

Il y a lieu d'examiner deux phases bien distinctes : une première phase, lorsque le disjoncteur n'a pas encore mécaniquement fonctionné, et la deuxième, qui la suit aussitôt et qui correspond à l'ouverture mécanique du disjoncteur, au départ de sa partie mobile (traverse comprenant les contacts mobiles) et enfin à la rupture de l'arc.

Les phénomènes principaux qui se manifestent dans un disjoncteur lors d'un court-circuit, et avant son déclenchement, sont : l'échauffement brusque des circuits électriques, la naissance de forces mutuelles électrodynamiques et, en conséquence, tendance énergétique à la répulsion des contacts.

Le suréchauffement des éléments de disjonction peut être pratiquement évalué avec une exactitude suffisante ; tout revient à connaître la valeur

inoyenne du courant de court-circuit et le temps pendant lequel ce court-circuit se maintient. Les phénomènes secondaires prennent parfois une importance de premier plan et souvent sont les causes du mauvais fonctionnement d'un disjoncteur.

Entre autres phénomènes secondaires on a observé que le courant au lieu d'être uniformément réparti sur toute la surface de contact, se trouve dans certaines fabrications concentré sur un ou sur plusieurs points seulement, comme le montre la figure 5. Cette partie du problème ne fait pas l'objet de la présente étude. Nous avons d'ailleurs présenté récemment



Fig. 5.

un mémoire à l'École Supérieure de Perfectionnement Industriel, sur lequel nous reviendrons dans une autre étude où nous tâcherons de mettre en relief le processus électrophysique de cette première phase, du fonctionnement avant disjonction. Nous nous restreignons, par conséquent, ici à l'étude physico-mathématique de la seconde phase du fonctionnement d'un disjoncteur, phase que provoque réellement la coupure d'un circuit devenu défectueux. Tout revient donc à étudier, point par point, le mouvement du système mobile de contact en partant de l'origine jusqu'à sa position finale de repos. Les données physiques, bien

quelque peu désordonnées, ne manquent pas sur cette question.

La littérature (voir note bibliographique ci-après) est étonnamment riche et nous renseigne sur les différentes théories, aujourd'hui en faveur, telles que la formation de la bulle gazeuse, effet d'ionisation, effet du vide, soufflage magnétique, soufflage d'air, hypothèse de l'autoexpansion, etc. Sur ces points tout le monde est maintenant d'accord et il semble qu'aucune branche de l'appareillage électrotechnique n'a subi autant de modifications, n'a suscité de telles variétés de recherches nouvelles que les disjoncteurs à haute tension. Mais il n'existe pas, du moins à notre connaissance, d'études systématiques mises en valeur mathématique. Aussi nous nous sommes proposé d'aborder ce sujet et espérons que notre contribution rendra quelques services utiles à l'étude générale des disjoncteurs.

MOUVEMENT DU SYSTÈME MOBILE MIS EN ÉQUATION

Envisageons schématiquement un disjoncteur classique à fonctionnement dans l'huile (fig. 6). Soit M la partie mobile de ce disjoncteur ; en général, c'est une traverse comportant de part et d'autre un contact

mobile dans le cas d'un disjoncteur unique ou monophasé ou trois paires de contacts combinés sur une poutre centrale dans le cas d'un disjoncteur triphasé.

On voit tout de suite qu'il y a trois forces distinctes qui agissent sur une telle traverse dans le sens de l'ouverture du disjoncteur (mouvement

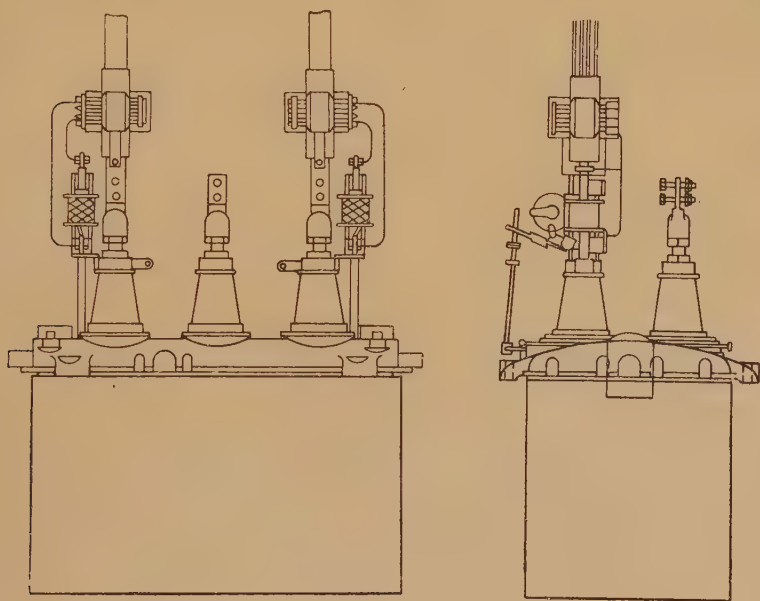


Fig. 6.

de la traverse dirigé vers le bas). Ces forces sont : le poids propre de l'équipage mobile

$$P = m.g$$

la force due à la détente du ressort, proportionnel à la distance x

$$F_R = K_R x$$

et enfin, les forces électrodynamiques sinusoïdales

$$F_{d1} = K_d I^2 \sin^2 (\omega t + \varphi_1)$$

$$F_{d2} = K_d I^2 \sin^2 (\omega t + \varphi_2)$$

$$F_{d3} = K_d I^2 \sin^2 (\omega t + \varphi_3)$$

Dans ces formules x est la distance parcourue par l'équipage mobile M, m — sa masse, g — l'accélération due à la pesanteur, I — l'intensité du courant de court-circuit, ω — la pulsation $= 2\pi f$, f étant la fréquence du circuit, t est le temps pris comme variable indépendante et φ un angle quelconque de décalage d'une phase par rapport à une autre. K_R et K_d sont des constantes relatives aux ressorts et aux systèmes électromécanique des contacts.

Supposant le mouvement constamment dans l'huile, cet équipage mobile rencontrera de la part de ce milieu (huile) une résistance proportionnelle à sa vitesse :

$$F_H = -K_H \frac{dx}{dt}$$

K_H étant un coefficient positif de proportionnalité.

Le mouvement de l'équipage mobile (traverse) sera régi alors par une équation symbolique de la forme :

$$\bar{\mathcal{F}} = m\Upsilon = F_R - F_H + \sum_1^3 F_d + P$$

ou encore :

$$-m \frac{d^2x}{dt^2} - K_H \frac{dx}{dt} - K_R x = I^2 K_d [\sin^2(\omega t + \varphi_1) + \sin^2(\omega t + \varphi_2) + \sin^2(\omega t + \varphi_3)] + mg$$

simplifions l'expression en posant :

$$K_1 = \frac{+K_H}{m}; K_2 = \frac{+K_R}{m} \quad \text{et} \quad K_3 = \frac{K_d I^2}{m}$$

et divisons le tout par m , il vient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + K_1 \frac{dx}{dt} + K_2 x = -K_3 [\sin^2(\omega t + \varphi_1) + \sin^2(\omega t + \varphi_2) + \sin^2(\omega t + \varphi_3)] - g$$

l'équation caractéristique de l'équation sans second membre est :

$$r^2 + K_1 r + K_2 = 0$$

ses racines sont :

$$r = \frac{-K_1 \pm \sqrt{K_1^2 - 4K_2}}{2}$$

d'où l'intégrale particulière de l'équation sans second membre :

$$x_1 = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t}$$

La recherche de l'intégrale particulière relative au second membre se fait en posant :

$$x_2 = f_1(t) e^{r_1 t} + f_2(t) e^{r_2 t}$$

où $f_1(t)$ et $f_2(t)$ sont des fonctions du temps t .

Pour les déterminer, on peut écrire :

$$\begin{aligned} f_1'(t) e^{r_1 t} + f_2'(t) e^{r_2 t} &= 0 \\ f_1'(t) r_1 e^{r_1 t} + f_2'(t) r_2 e^{r_2 t} &= N \end{aligned}$$

avec N nombre positif quelconque.

Il vient

$$f_1'(t) = -f_2'(t) e^{(r_2 - r_1)t}$$

et $f_2'(t) e^{r_2 t} [r_2 - r_1] = N$

avec

$$r_2 - r_1 = -\sqrt{K_1^2 - 4K_2}$$

posons :

$$r_2 - r_1 = \lambda \quad \text{d'où} \quad \lambda = -\sqrt{K_1^2 - 4K_2} \quad \text{et} \quad \lambda f_2'(t) e^{r_2 t} = N.$$

L'expression :

$$\lambda f_2'(t) e^{r_2 t} = -K_3 [\sin^2(\omega t + \varphi_1) + \sin^2(\omega t + \varphi_2) + \sin^2(\omega t + \varphi_3)] - g$$

nous conduit à l'équation différentielle simple :

$$df_2(t) = -\frac{K_3}{\lambda} e^{-r_2 t} [\sin^2(\omega t + \varphi_1) + \sin^2(\omega t + \varphi_2) + \sin^2(\omega t + \varphi_3)] dt - \frac{g}{\lambda} e^{-r_2 t} dt$$

De même on obtient pour $f_1(t)$:

$$df_1(t) = -\frac{K_3}{\lambda} e^{-r_1 t} [\sin^2(\omega t + \varphi_1) + \sin^2(\omega t + \varphi_2) + \sin^2(\omega t + \varphi_3)] dt - \frac{g}{\lambda} e^{-r_1 t} dt.$$

La détermination de $f_1(t)$ et $f_2(t)$ conduit donc à l'intégration des intégrales de la forme :

$$I = \int e^{-at} \sin^2(\omega t + \varphi) dt \quad \text{et} \quad I = \int e^{-r_1 t} dt.$$

Pour intégrer les premières : posons

$$e^{-at} = u$$

et $\sin^2(\omega t + \varphi) dt = dv \quad \text{d'où on tire} \quad du = -a e^{-at} dt$

et $V = \int \sin^2(\omega t + \varphi) dt$

posons encore :

$$(\omega t + \varphi) = z, \quad \text{on a} \quad dz = \omega dt \quad \text{d'où} \quad dt = \frac{1}{\omega} dz$$

et
$$V = \frac{1}{\omega} \int \sin^2 z dz.$$

L'intégration donne :

$$V = \frac{1}{2\omega} z - \frac{1}{4\omega} \sin 2z = \frac{1}{2\omega} (\omega t + \varphi) - \frac{1}{4\omega} \sin 2(\omega t + \varphi).$$

Effectuons selon l'expression :

$$\begin{aligned} I &= \int u dv = uv - \int v du \\ I &= e^{-at} \left[\frac{1}{2\omega} (\omega t + \varphi) - \frac{1}{4\omega} \sin 2(\omega t + \varphi) \right] - \int \left[\frac{1}{2\omega} (\omega t + \varphi) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4\omega} \sin 2(\omega t + \varphi) \right] (-a e^{-at}) dt = \\ &= e^{-at} \left[\frac{t}{2} + \frac{\varphi}{2\omega} - \frac{1}{4\omega} \sin 2(\omega t + \varphi) \right] + \int \frac{1}{2\omega} (\omega t + \varphi) a e^{-at} dt - \\ &\quad - \int \frac{1}{4\omega} \sin 2(\omega t + \varphi) a e^{-at} dt. \end{aligned}$$

A leur tour les intégrales de cette expression nous donnent :

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{2\omega} (\omega t + \varphi) a e^{-at} dt &= \frac{a}{2} \int e^{-at} t dt + \frac{a}{2} \int e^{-at} \frac{\varphi}{\omega} dt; \\ \int \frac{1}{4\omega} \sin 2(\omega t + \varphi) a e^{-at} dt &= \frac{a}{4\omega} \int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt. \end{aligned}$$

Appliquons toujours l'intégration par partie ; pour

$$\frac{a}{2} \int e^{-at} t dt \quad \text{posons} \quad t = u \quad \text{et} \quad e^{-at} dt = dv \quad \text{d'où} \quad du = dt$$

et
$$V = \int e^{-at} dt = -\frac{1}{a} e^{-at}.$$

Il vient :

$$\int e^{-at} t dt = -\frac{t}{a} e^{-at} - \int -\frac{1}{a} e^{-at} dt = -\frac{t}{a} e^{-at} - \frac{1}{a^2} e^{-at}$$

ou encore :

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} \int e^{-at} t dt &= \left(-\frac{t}{2} - \frac{1}{2a} \right) e^{-at} \\ \frac{a}{2} \int \frac{\varphi}{\omega} e^{-at} dt &= \frac{a}{2} \cdot \frac{\varphi}{\omega} \int e^{-at} dt = \frac{a\varphi}{2\omega} \left(-\frac{1}{a} \right) e^{-at} = -\frac{\varphi}{2\omega} e^{-at}; \end{aligned}$$

enfin dans le cas de l'intégrale :

$$\frac{a}{4\omega} \int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt$$

posons $\sin 2(\omega t + \varphi) = u$ et $e^{-at} dt = dv$ d'où $du = 2\omega \cos 2(\omega t + \varphi) dt$

et
$$V = \int e^{-at} dt = -\frac{1}{a} e^{-at}.$$

Effectuons :

$$\begin{aligned} \int \sin 2(\omega t + \varphi) e^{-at} dt &= -\sin 2(\omega t + \varphi) \cdot \frac{1}{a} e^{-at} - \int -\left(\frac{1}{a}\right) e^{-at} \cdot 2\omega \cos 2(\omega t + \varphi) dt = \\ &= -\frac{1}{a} e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) + \frac{2\omega}{a} \int e^{-at} \cos 2(\omega t + \varphi) dt. \end{aligned}$$

Pour :

$$\begin{aligned} \int e^{-at} \cos 2(\omega t + \varphi) dt \quad \text{posons} \quad \cos 2(\omega t + \varphi) = u \quad \text{et} \quad e^{-at} dt = dv \\ \text{d'où} \quad du = -2\omega \sin 2(\omega t + \varphi) dt \quad \text{et} \quad v = \int e^{-at} dt = -\frac{1}{a} e^{-at} \\ \int e^{-at} \cos 2(\omega t + \varphi) dt = -\frac{1}{a} e^{-at} \cos 2(\omega t + \varphi) - \int \left(-\frac{1}{a} e^{-at}\right) [(-2\omega) \sin 2(\omega t + \varphi)] dt = \\ = -\frac{1}{a} e^{-at} \cos 2(\omega t + \varphi) - \frac{2\omega}{a} \int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt. \end{aligned}$$

Revenons à l'intégrale en sinus, on a :

$$\begin{aligned} \int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt &= -\frac{1}{a} e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) + \frac{2\omega}{a} \\ &\left[-\frac{1}{a} e^{-at} \cos 2(\omega t + \varphi) - \frac{2\omega}{a} \int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt \right] = \\ &= -\frac{1}{a} e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) - \frac{2\omega}{a^2} e^{-at} \cos 2(\omega t + \varphi) - \frac{4\omega^2}{a^2} \int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt \end{aligned}$$

ou :

$$\begin{aligned} \left[1 + \frac{4\omega^2}{a^2} \right] \int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt &= -\frac{1}{a} e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) - \\ &- \frac{2\omega}{a^2} e^{-at} \cos 2(\omega t + \varphi); \end{aligned}$$

et

$$\int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt = \frac{e^{-at} [-a \sin 2(\omega t + \varphi) - 2\omega \cos 2(\omega t + \varphi)]}{a^2 + 4\omega^2};$$

Par conséquent :

$$\frac{a}{4\omega} \int e^{-at} \sin 2(\omega t + \varphi) dt = \frac{-a^2}{4\omega(a^2 + 4\omega^2)} e^{-at} \left[\sin 2(\omega t + \varphi) + \frac{2\omega}{a} \cos 2(\omega t + \varphi) \right].$$

L'intégrale primitivement cherchée :

$$I = \int e^{-at} \sin^2(\omega t + \varphi) dt$$

est donc

$$\begin{aligned} I &= e^{-at} \left[\frac{t}{2} + \frac{\varphi}{2\omega} - \frac{1}{4\omega} \sin 2(\omega t + \varphi) \right] + \left[\left(-\frac{t}{2} - \frac{1}{2a} \right) e^{-at} \right] + \left[-\frac{\varphi}{2\omega} e^{-at} \right] \\ &\quad - \left\{ -\frac{a^2}{4\omega} (a^2 + 4\omega^2)^{-1} e^{-at} \left[\sin 2(\omega t + \varphi) + \frac{2\omega}{a} \cos 2(\omega t + \varphi) \right] \right\} = \\ &= e^{-at} \left\{ \frac{t}{2} + \frac{\varphi}{2\omega} - \frac{1}{4\omega} \sin 2(\omega t + \varphi) - \frac{t}{2} - \frac{1}{2a} - \frac{\varphi}{2\omega} + \frac{a^2}{4\omega} (a^2 + 4\omega^2)^{-1} \right. \\ &\quad \left. \left[\sin 2(\omega t + \varphi) + \frac{2\omega}{a} \cos 2(\omega t + \varphi) \right] \right\} = \\ &= e^{-at} \left[-\frac{\sin 2(\omega t + \varphi)}{4\omega} + \frac{a^2 \sin 2(\omega t + \varphi)}{4\omega(a^2 + 4\omega^2)} + \frac{2\omega a \cos 2(\omega t + \varphi)}{4\omega(a^2 + 4\omega^2)} - \frac{1}{2a} \right] = \\ &= e^{-at} \left[\frac{-(a^2 + 4\omega^2) \sin 2(\omega t + \varphi) + a^2 \sin 2(\omega t + \varphi) + 2\omega a \cos 2(\omega t + \varphi)}{4\omega(a^2 + 4\omega^2)} - \frac{1}{2a} \right]. \end{aligned}$$

Et enfin sous sa forme finale :

$$I = e^{-at} \left[\frac{\frac{a}{2} \cos 2(\omega t + \varphi) - \omega \sin 2(\omega t + \varphi)}{a^2 + 4\omega^2} - \frac{1}{2a} \right].$$

Pour chacune des trois phases nous avons par conséquent :

$$-\frac{K_3}{\lambda} \int e^{-r_1 t} \sin^2(\omega t + \varphi_1) dt = -\frac{K_3}{\lambda} e^{-r_1 t} \left[\frac{\frac{r_1}{2} \cos 2(\omega t + \varphi_1) - \omega \sin 2(\omega t + \varphi_1)}{r_1^2 + 4\omega^2} - \frac{1}{2r_1} \right]$$

$$-\frac{K_2}{\lambda} \int e^{-r_1 t} \sin^2(\omega t + \varphi_2) dt = -\frac{K_2}{\lambda} e^{-r_1 t} \left[\frac{\frac{r_1}{2} \cos 2(\omega t + \varphi_2) - \omega \sin 2(\omega t + \varphi_2)}{r_1^2 + 4\omega^2} - \frac{1}{2r_1} \right]$$

$$-\frac{K_1}{\lambda} \int e^{-r_1 t} \sin^2(\omega t + \varphi_3) dt = -\frac{K_1}{\lambda} e^{-r_1 t} \left[\frac{\frac{r_1}{2} \cos 2(\omega t + \varphi_3) - \omega \sin 2(\omega t + \varphi_3)}{r_1^2 + 4\omega^2} - \frac{1}{2r_1} \right]$$

En remarquant que :

$$\int \left(-\frac{g}{\lambda} \right) e^{-r_1 t} dt = \frac{g}{r_1 \lambda} e^{-r_1 t}$$

nous avons enfin les fonctions déterminées $f_1(t)$ et $f_2(t)$:

$$f_1(t) = e^{-r_1 t} \left\{ \frac{g}{r_1(r_2 - r_1)} - \frac{K_3}{r_2 - r_1} \left[\frac{\frac{r_1}{2} \sum_1^3 \cos 2(\omega t + \varphi) - \omega \sum_1^3 \sin 2(\omega t + \varphi)}{4\omega^2 + r_1^2} - \frac{3}{2r_1} \right] \right\} + C_1 e$$

$$f_2(t) = e^{-r_2 t} \left\{ \frac{g}{r_2(r_2 - r_1)} - \frac{K_3}{r_2 - r_1} \left[\frac{\frac{r_2}{2} \sum_1^3 \cos 2(\omega t + \varphi) - \omega \sum_1^3 \sin 2(\omega t + \varphi)}{4\omega^2 + r_2^2} - \frac{3}{2r_2} \right] \right\} + C_2 e$$

d'où l'intégrale particulière due au second membre de l'équation

$$x_2 = f_1(t) e^{r_1 t} + f_2(t) e^{r_2 t}$$

$$x_2 = \frac{g}{r_2 - r_1} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + \frac{3K_3}{2(r_2 - r_1)} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - \frac{K_3}{2(r_2 - r_1)} \left(\frac{r_1}{4\omega^2 + r_1^2} + \frac{r_2}{4\omega^2 + r_2^2} \right) \sum_1^3 \cos 2(\omega t + \varphi) \\ + \frac{K_3 \omega}{r_2 - r_1} \left(\frac{1}{4\omega^2 + r_1^2} + \frac{1}{4\omega^2 + r_2^2} \right) \sum_1^3 \sin 2(\omega t + \varphi).$$

La somme de ces deux intégrales particulières, nous donne l'expression complète de l'intégrale générale de l'équation différentielle que nous avons composée :

$$x = x_1 + x_2.$$

Pour simplifier la formule et rendre sa lecture plus facile, posons

$$\frac{g}{r_2 - r_1} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + \frac{3K_3}{2(r_2 - r_1)} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = N_1, \quad \text{ou} \quad \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} \cdot \frac{2g + 3K_3}{2(r_2 - r_1)} = N_1 \\ \frac{1}{4\omega^2 + r_1^2} + \frac{1}{4\omega^2 + r_2^2} = N_2 \quad \text{et} \quad \frac{r_1}{4\omega^2 + r_1^2} + \frac{r_2}{4\omega^2 + r_2^2} = N_3,$$

ainsi que $\sin 2(\omega t + \varphi_1) + \sin 2(\omega t + \varphi_2) + \sin 2(\omega t + \varphi_3) = \sum_1^3 \sin 2(\omega t + \varphi)$.

On a :

$$x = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} + N_1 + \frac{K_3 \omega}{r_2 - r_1} N_2 \sum_1^3 \sin 2(\omega t + \varphi) - \frac{K_3}{2(r_2 - r_1)} N_3 \sum_1^3 \cos 2(\omega t + \varphi)$$

qui est l'intégrale cherchée ; la vitesse de la traverse mobile se détermine simplement en prenant la dérivée première de cette intégrale :

$$\frac{dx}{dt} = r_1 c_1 e^{r_1 t} + r_2 c_2 e^{r_2 t} + \frac{2K_3 \omega^2 N_2}{r_2 - r_1} \sum_1^3 \cos 2(\omega t + \varphi) + \frac{K_3 \omega N_3}{r_2 - r_1} \sum_1^3 \sin 2(\omega t + \varphi).$$

La détermination des constantes C_1 et C_2 se fait à l'aide des conditions à l'origine.

En effet pour $t = 0$ on a : $x = x_0$ et $\frac{dx}{dt} = \frac{dx_0}{dt} = 0$
d'où

$$x_0 = c_1 + c_2 + N_1 + \frac{K_3 \omega N_2}{r_2 - r_1} \Sigma_1^3 \sin 2\varphi - \frac{K_3 N_3}{2(r_2 - r_1)} \Sigma_1^3 \cos 2\varphi \quad (1)$$

et

$$\frac{dx_0}{dt} = r_1 c_1 + r_2 c_2 + \frac{2K_3 \omega^2 N_2}{r_2 - r_1} \Sigma_1^3 \cos 2\varphi + \frac{K_3 \omega N_3}{r_2 - r_1} \Sigma_1^3 \sin 2\varphi = 0 \quad (2)$$

ou

$$-c_1 - c_2 = N_1 - x_0 + \frac{K_3 \omega N_2}{r_2 - r_1} \Sigma_1^3 \sin 2\varphi - \frac{K_3 N_3}{2(r_2 - r_1)} \Sigma_1^3 \cos 2\varphi \quad (1')$$

ou

$$-r_1 c_1 - r_2 c_2 = r_1 \left[N_1 - x_0 + \frac{K_3 \omega N_2}{r_2 - r_1} \Sigma_1^3 \sin 2\varphi - \frac{K_3 N_3}{2(r_2 - r_1)} \Sigma_1^3 \cos 2\varphi \right] \quad (1') \times r_1$$

et

$$r_1 c_1 + r_2 c_2 = -\frac{2K_3 \omega^2 N_2}{r_2 - r_1} \Sigma_1^3 \cos 2\varphi - \frac{K_3 \omega N_3}{r_2 - r_1} \Sigma_1^3 \sin 2\varphi \quad (2')$$

d'où :

$$C_2 = \frac{r_1}{r_2 - r_1} (N_1 - x_0) + \frac{K_3 \omega}{(r_2 - r_1)^2} (N_2 r_1 - N_3) \Sigma_1^3 \sin 2\varphi - \frac{K_3}{(r_2 - r_1)^2} \left(\frac{N_3 r_1}{2} + 2\omega^2 N_2 \right) \Sigma_1^3 \cos 2\varphi$$

et

$$C_1 = \frac{r_2}{r_2 - r_1} (x_0 - N_1) + \frac{K_3 \omega}{(r_2 - r_1)^2} (N_3 - N_2 r_2) \Sigma_1^3 \sin 2\varphi + \frac{K_3}{(r_2 - r_1)^2} \left(2\omega^2 N_2 + \frac{N_3 r_2}{2} \right) \Sigma_1^3 \cos 2\varphi$$

ou

$$C_2 = \frac{1}{(r_2 - r_1)^2} \left[(N_1 - x_0)(r_2 - r_1)r_1 + K_3 \omega (N_2 r_1 - N_3) \Sigma_1^3 \sin 2\varphi - K_3 \left(\frac{N_3 r_1}{2} + 2\omega^2 N_2 \right) \Sigma_1^3 \cos 2\varphi \right]$$

et

$$C_1 = \frac{1}{(r_2 - r_1)^2} \left[(x_0 - N_1)(r_2 - r_1)r_2 + K_3 \omega (N_3 - N_2 r_2) \Sigma_1^3 \sin 2\varphi + K_3 \left(2\omega^2 N_2 + \frac{N_3 r_2}{2} \right) \Sigma_1^3 \cos 2\varphi \right]$$

La détermination des constantes C_1 et C_2 nous permet de mettre la solution cherchée sous sa forme la plus générale qui est :

$$\begin{aligned} x = & \frac{2g + 3K_3}{2(r_2 - r_1)} \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} + e^{r_1 t} \frac{1}{(r_2 - r_1)^2} \left[(x_0 - N_1)(r_2 - r_1)r_2 + K_3 \omega (N_3 - N_2 r_2) \times \right. \\ & (\sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_2 + \sin 2\varphi_3) + K_3 \left(2\omega^2 N_2 + \frac{N_3 r_2}{2} \right) (\cos 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_2 + \\ & \left. + \cos 2\varphi_3) \right] + e^{r_2 t} \frac{1}{(r_2 - r_1)^2} \left[(N_1 - x_0)(r_2 - r_1)r_1 + K_3 \omega (N_2 r_1 - N_3) (\sin 2\varphi_1 + \right. \\ & \left. + \sin 2\varphi_2 + \sin 2\varphi_3) - K_3 \left(\frac{N_3 r_1}{2} + 2\omega^2 N_2 \right) (\cos 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_2 + \cos 2\varphi_3) \right] \\ & + \frac{K_3 \omega N_2}{r_2 - r_1} [\sin 2(\omega t + \varphi_1) + \sin 2(\omega t + \varphi_2) + \sin 2(\omega t + \varphi_3)] - \frac{K_3 N_3}{2(r_2 - r_1)} \times \\ & [\cos 2(\omega t + \varphi_1) + \cos 2(\omega t + \varphi_2) + \cos 2(\omega t + \varphi_3)]. \quad [A] \end{aligned}$$

La vitesse avec laquelle l'équipage mobile s'avance vers le bas, ou encore la vitesse de l'allongement de la projection verticale de l'arc électrique, est donnée alors par expression :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} = & e r_1 t \frac{r_1}{(r_2 - r_1)^2} \left[(x_0 - N_1) (r_2 - r_1) r_2 + K_3 \omega (N_3 - N_2 r_2) \sin 2 \varphi_1 + \sin 2 \varphi_2 + \sin 2 \varphi_3 \right) \\ & + K_3 \left(2 \omega^2 N_2 + \frac{N_3 r_2}{2} \right) (\cos 2 \varphi_1 + \cos 2 \varphi_2 + \cos 2 \varphi_3) \Big] + e r_2 t \frac{r_2}{(r_2 - r_1)^2} \times \\ & \left[(N_1 - x_0) (r_2 - r_1) r_1 + K_3 \omega (N_2 r_1 - N_3) (\sin 2 \varphi_1 + \sin 2 \varphi_2 + \sin 2 \varphi_3) \right. \\ & \left. - K_3 \left(\frac{N_3 r_1}{2} + 2 \omega^2 N_2 \right) (\cos 2 \varphi_1 + \cos 2 \varphi_2 + \cos 2 \varphi_3) \right] + \frac{2 K_3 \omega^2 N_2}{r_2 - r_1} \times \\ & [\cos 2 (\omega t + \varphi_1) + \cos 2 (\omega t + \varphi_2) + \cos 2 (\omega t + \varphi_3)] + \frac{K_3 N_3 \omega}{r_2 - r_1} [\sin 2 (\omega t + \varphi_1) \\ & + \sin 2 (\omega t + \varphi_2) + \sin 2 (\omega t + \varphi_3)]. \quad [B] \end{aligned}$$

Telles sont les expressions les plus générales qui régissent le mouvement du système mobile d'un disjoncteur à l'huile dont les phases sont décalées l'une par rapport à l'autre, respectivement des angles :

$$\varphi_1, \varphi_2 \text{ et } \varphi_3 \text{ avec } \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3.$$

CAS PRATIQUE DU SYSTÈME TRIPHASÉ.

Dans le cas des circuits électriques usuels on s'arrange à donner à la succession de phases un décalage régulier de sorte que les vecteurs tournants par rapport à un point forment un système de trois vecteurs fixes l'un par rapport à l'autre, d'où leur dénomination pratique : système triphasé. L'angle de décalage étant $\frac{2\pi}{3}$.

Les forces électrodynamiques de répulsion s'exprimeront dans ce cas par les formules suivantes :

$$F_{d_1} = K_d \sin^2 (\omega t + \varphi_1) = K_d \sin^2 \omega t \quad \varphi_1 = 0$$

$$F_{d_2} = K_d \sin^2 (\omega t + \varphi_2) = K_d \sin^2 \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$$

$$F_{d_3} = K_d \sin^2 (\omega t + \varphi_3) = K_d \sin^2 \left(\omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \quad \varphi_3 = \frac{4\pi}{3}$$

Leur résultante générale est :

$$\sum_1^3 F_d = K_d \left[\sin^2 \omega t + \sin^2 \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + \sin^2 \left(\omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \right].$$

On vérifie facilement que cette résultante $\sum_1^3 F d$ agit comme une force unique constante appliquée à un point bien défini de la traverse puisque le terme entre parenthèse en sinus est égal à 1 ; $\sum_1^3 F d = K_d$. La pratique montre d'autre part que la naissance de cette répulsion électrodynamique se produit toujours pour les plus grandes proportions dans les contacts eux-mêmes. Par exemple, dans un disjoncteur simple à double rupture tel qu'il est représenté sur la figure 5, les trois quarts de la force de répulsion sont provoqués par les contacts et ce n'est qu'un quart qui provient de la traverse mobile (effet direct).

Ainsi la résultante des forces électrodynamiques possède une composante verticale K_D constante contribuant à l'ouverture du disjoncteur. Le mouvement de l'équipage mobile est régi, dans le cas d'un système triphasé, par l'équation de la forme :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + K_H \frac{dx}{dt} + K_R x = - K_d - mg$$

ou t désigne le temps, m la masse de la partie mobile, K_H constante due à la viscosité de l'huile, K_R — constante des ressorts et g — l'accélération de la pesanteur.

Pour simplifier les opérations mathématiques, posons :

$$\frac{K_H}{m} = K_1, \quad \frac{K_R}{m} = K_2, \quad \frac{-K_d - mg}{m} = K_3$$

il vient alors :

$$d^2 x + K_1 \frac{dx}{dt} + K_2 x = K_3$$

Dans cette équation la constante K_2 ne dépend que des propriétés mécaniques de l'équipage mobile (masse et forme de la traverse, nature de suspension). La constante K_1 dépend des dimensions de la traverse et du degré de viscosité de l'huile que nous supposons invariable pendant ce mouvement.

L'équation caractéristique de l'équation différentielle sans second membre est :

$$r^2 + K_1 r + K_2 = 0$$

ses racines sont :

$$r = \frac{-K_1 \pm \sqrt{K_1^2 - 4K_2}}{2} \quad \text{ou} \quad = -\frac{K_1}{2} \pm \frac{K_1}{2} \sqrt{1 - 4 \frac{K_2}{K_1^2}}$$

Dans le cas de résistance faible :

$$K_1^2 - 4K_2 > 0$$

les racines sont réelles et négatives ; en les désignant par :

$$r_1 = -a_1 \quad r_2 = -a_2$$

On a pour équation du mouvement :

$$x_1 = c_1 e^{-a_1 t} + c_2 e^{-a_2 t}$$

d'où
$$\frac{dx}{dt} = -a_1 c_1 e^{-a_1 t} - a_2 c_2 e^{-a_2 t}.$$

Si les constantes C_1 et C_2 sont de même signe, x tend rapidement vers la position finale.

Si C_1 et C_2 sont de signes contraires, x croîtra jusqu'à un certain maximum, donné par :

$$a_1 C_1 e^{-a_1 t} + a_2 C_2 e^{-a_2 t} = 0,$$

d'où
$$t = \frac{1}{a_2 - a_1} \cdot \text{Log} \left(\frac{a_2 C_2}{a_1 C_1} \right)$$

et tendra ensuite rapidement vers la position finale.

Dans les deux cas le mouvement est de nature périodique.

Si $K_1^2 - 4K_2 < 0$ (résistances fortes), les racines sont imaginaires, et l'on a :

$$r = -\frac{K_1}{2} \left[1 \pm i \sqrt{4 \frac{K_2}{K_1^2} - 1} \right]$$

posons

$$\sqrt{4 \frac{K_2}{K_1^2} - 1} = \alpha$$

d'où

$$r = -\frac{K_1}{2} (1 \pm \alpha i).$$

Nous sommes toujours dans le domaine des mouvements périodiques amortis.

$$x_1 = e^{-\frac{K_1}{2} t} \left[C_1 \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + C_2 \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right].$$

La traverse mobile descend en oscillant et l'amplitude des oscillations décroît en progression géométrique.

Nous avons d'autre part l'intégrale particulière

$$x_2 = \frac{K_3}{K_2}$$

d'où l'intégrale générale :

$$x = x_1 + x_2$$

$$x = e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[C_1 \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + C_2 \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right] + \frac{K_3}{K_2}$$

ainsi que la vitesse de la traverse :

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[(C_1 - \alpha C_2) \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + (C_2 + \alpha C_1) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right].$$

Passons maintenant à l'application pratique. Pour cela nous devons diviser le mouvement considéré en quatre phases bien distinctes. La première phase comprend le mouvement de la traverse engendré, comme nous venons de l'analyser, par les forces électrodynamiques, par la détente des ressorts symétriquement disposés et, enfin, par le propre poids de l'équipage mobile. Mais ce mouvement ne doit être considéré qu'à partir du point d'origine ($t = 0$) jusqu'à un certain temps où les forces électrodynamiques cessent leur action ; ceci correspond approximativement au moment de l'extinction de l'arc. La seconde phase comprendra un mouvement provoqué uniquement par la détente progressive des ressorts et par l'attraction de la pesanteur ; dans ce dernier cas les efforts électrodynamiques disparaissent et on peut considérer qu'ici déjà le rôle propre du disjoncteur est terminé. La suite ne concerne que les mouvements intrinsèques du disjoncteur. Mais, si électriquement ses fonctions sont finies, mécaniquement il n'en est pas de même et les mouvements que nous étudions en suite ont également une importance pour connaître en général le processus du fonctionnement d'un disjoncteur (réenclenchement rapide, condition d'amortissement, etc.). La seconde phase subsiste tant que les ressorts produisent leur action. Dès la détente complète les ressorts n'agissent plus et l'équipage mobile ne se déplace plus alors que sous l'action de son propre poids. Enfin, la quatrième et finale phase du mouvement est due au mouvement d'amortissement ; l'équipage mobile rencontre la contre-action d'un système de ressorts très élastiques auxquels on assigne le rôle de l'amortissement rapide et en même temps bien souple,

Première phase. — La solution générale ci-dessus nous conduit, en remarquant que pour

$$t = 0 \quad x = x_0 \quad \text{et} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{dx_0}{dt} = 0$$

à la détermination des constantes C_1 et C_2 ; pour plus de commodité nous avons adopté une disposition de l'axe de référence telle, qu'à l'origine le système mobile se trouve dans une position X_0 .

$$\text{On a} \quad x_0 = C_1 + \frac{K_3}{K_2} \quad \text{d'où} \quad C_1 = x_0 - \frac{K_3}{K_2}$$

$$\text{et} \quad \frac{dx_0}{dt} = -\frac{K_1}{2} (C_1 - \alpha C_2) = 0 \quad \text{d'où} \quad C_1 - \alpha C_2 = 0$$

$$\text{d'où} \quad C_2 = \frac{C_1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \left(x_0 - \frac{K_3}{K_2} \right).$$

L'intégrale générale du mouvement que nous cherchons sera donc :

$$x = e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[\left(x_0 - \frac{K_3}{K_2} \right) \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + \frac{1}{\alpha} \left(x_0 - \frac{K_3}{K_2} \right) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right] + \frac{K_3}{K_2} = \\ \left(x_0 - \frac{K_3}{K_2} \right) e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[\cos \frac{K_1}{2} \alpha t + \frac{1}{\alpha} \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right] + \frac{K_3}{K_2}; \quad [C]$$

d'où on tire la vitesse avec laquelle l'équipage mobile parcourt la distance X_0 dans un intervalle de temps $0 - t_1$. Cette vitesse est :

$$\frac{dx}{dt} = -\left(x_0 - \frac{K_3}{K_2} \right) \frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2}t} \left(\frac{1}{\alpha} + \alpha \right) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t = V_1. \quad [D]$$

Deuxième phase. — Avec la disparition des forces électrodynamiques, la constante de la force reste réduite à la valeur $-g$; l'équation différentielle conserve la même forme

$$\frac{d^2x}{dt^2} + K_1 \frac{dx}{dt} + K_2 x = -g$$

ainsi que les solutions intégrales :

$$x = e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[C_1 \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + C_2 \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right] - \frac{g}{K_2}$$

$$\text{et} \quad \frac{dx}{dt} = -\frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[(C_1 - \alpha C_2) \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + (C_2 + \alpha C_1) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right].$$

La détermination des constantes découle des conditions du mouvement au point final de la première phase ; c'est-à-dire en remarquant que pour

$$t = 0 \quad x = x'_0 \quad \text{et} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{dx'_0}{dt} = V_1.$$

Ici nous supposons l'origine du mouvement ($t = 0$) déjà pour un temps écoulé t_1 pendant lequel l'équipage mobile atteint la vitesse V_1 ; en d'autres termes nous considérons qu'un mouvement suit l'autre selon deux lois bien différentes, mais sans discontinuité. Nous supposons également que ce second mouvement commence à partir d'une certaine distance x'_0 plus petite que x_0 . Il en résulte déjà que la distance totale parcourue par la traverse mobile pendant le temps t_1 (phase 1) est $x_0 - x'_0$. Comme précédemment la détermination des constantes C_1 et C_2 se fait facilement en résolvant le système de deux équations :

$$C_1 = x'_0 + \frac{g}{K_2} \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{2V_1}{\alpha K_1} + \frac{C_1}{\alpha} \quad \text{avec} \quad V_1 = \frac{dx'_0}{dt} = -\frac{K_1}{2}(C_1 - \alpha C_2).$$

Il vient :

$$x = e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[\left(x'_0 + \frac{g}{K_2} \right) \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + \left(\frac{2V_1}{\alpha K_1} + \frac{x'_0 + \frac{g}{K_2}}{\alpha} \right) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right] - \frac{g}{K_2} \quad [\text{E}]$$

et

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[\frac{-2V_1}{K_1} \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + \left(\frac{2V_1}{\alpha K_1} + \frac{(1+\alpha^2)(K_2 x'_0 + g)}{\alpha K_2} \right) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right]. \quad [\text{F}]$$

Troisième phase. — Dans la troisième phase de mouvement nous supposons la détente complète des ressorts.

La force $K_2 x$ est supprimée de sorte que l'équation différentielle n'est plus que :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + K_1 \frac{dx}{dt} = g.$$

Nous pouvons la transformer en posant :

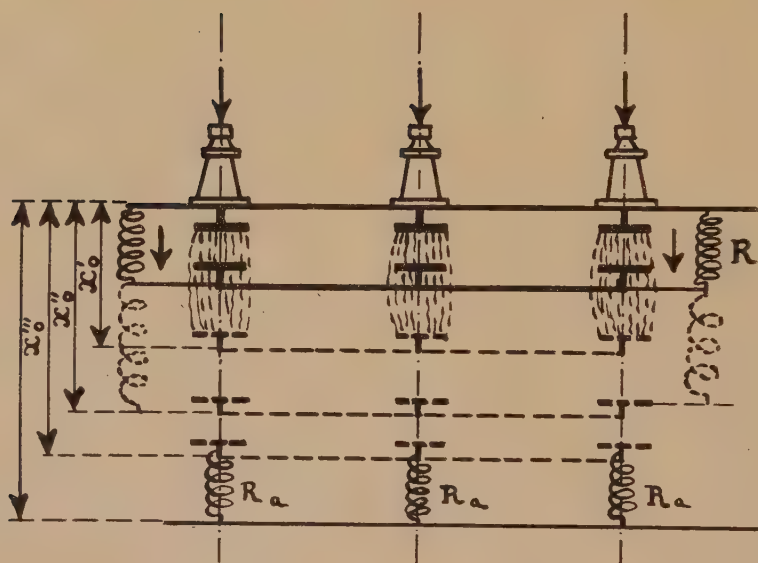
$$\frac{dx}{dt} = V \quad \text{et} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dV}{dt} \quad \text{d'où} \quad \frac{dV}{dt} + K_1 V = g.$$

En remarquant que :

$$dt = \frac{dx}{V} \quad \text{on obtient} \quad \frac{V dV}{dx} + K_1 V = g \quad \text{que nous pouvons}$$

$$\text{encore écrire} \quad \frac{V dV^2}{2 dx} + K V = g.$$

MOUVEMENT DE L'ÉQUIPAGE MOBILE



Représentation schématique des quatre phases du fonctionnement.

Cette dernière expression interprète un mouvement d'impulsion. La force due aux ressorts rend au temps t_2 sa dernière énergie à la traverse mobile qui continue son chemin sous l'action de cette impulsion et de l'accélération due à la pesanteur. L'intégration est relativement simple, posons :

$$g - K_1 V = u \quad \text{d'où} \quad du = -K_1 dV \quad \text{et} \quad dV = \frac{-du}{K_1}$$

il vient :

$$dx = \frac{1}{K_1^2} \left(du - g \frac{du}{u} \right).$$

L'intégration entre deux valeurs de vitesse V_2 et V_3 enregistrée au temps t_2 et t_3 que l'équipage mobile doit acquérir au temps t_3 , donne :

$$x = \frac{1}{K_1^2} \left[K_1 (V_2 - V_3) - g \text{Log.} \frac{g - K_1 V_3}{g - K_1 V_2} \right] \quad [G]$$

t_2 et t_3 étant l'intervalle du temps pendant lequel le mobile est soumis uniquement à la force de la pesanteur et aux impulsions qu'il a reçues au temps t_2 (fin de la seconde phase — origine de la troisième).

Quatrième phase. — Dans cette phase l'équipage se heurte brusquement à la vitesse V_3 (énergie cinétique $0,5 m V_3^2$) à un système de ressorts ; il en résulte aussitôt un mouvement harmonique entravé qui est régi encore par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + K_1 \frac{dx}{dt} + K_4 x = g.$$

L'équation caractéristique étant :

$$r^2 + K_1 r + K_4 = 0$$

avec ses racines :

$$r = \frac{-K_1 \pm \sqrt{K_1^2 - 4K_4}}{2}.$$

Ceci nous montre que le système mobile du disjoncteur dans sa phase finale se comporte selon la relation $K_1^2 - 4K_4$, comme dans le cas étudié plus haut.

Si $K_1^2 - 4K_4 > 0$ nous avons :

$$x = C_1 e^{-r_1 t} + C_2 e^{-r_2 t} + \frac{g}{K_4}$$

et

$$\frac{dx}{dt} = -r_1 C_1 e^{-r_1 t} - r_2 C_2 e^{-r_2 t}.$$

Si C_1 et C_2 sont de même signe, l'équipage mobile descend toujours et partout très rapidement la projection de son mouvement sur l'axe de x , soit x''' ; le temps total sera t_4 et l'intervalle du temps relatif à ce dernier mouvement est $t_4 - t_3$.

Si C_1 et C_2 sont de signe contraire, la distance parcourue x prend une certaine importance pour un point maximum défini par :

$$r_1 c_1 e^{-r_1 t} - r_2 c_2 e^{-r_2 t} = 0 \quad \text{d'où} \quad t = \frac{1}{r_2 - r_1} \log \frac{r_2 c_2}{r_1 c_1}$$

puis diminue rapidement vers zéro ($X''' \rightarrow 0$).

Le mouvement est, dans les deux cas, apériodique : c'est ce que l'on cherche à réaliser dans la construction des disjoncteurs à l'huile.

Si $K_1^2 - 4 K_4 < 0$ les racines sont imaginaires

$$r = -\frac{K_1}{2} \pm i \frac{1}{2} \sqrt{4 K_4 - K_1^2}$$

en posant :

$$\omega = \sqrt{4 K_4 - K_1^2}$$

on obtient :

$$x = e^{-\frac{K_1}{2} t} \left[C_1 \cos \frac{K_1}{2} \omega t + C_2 \sin \frac{K_1}{2} \omega t \right] + \frac{g}{K_4}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2} t} \left[(C_1 - \omega C_2) \cos \frac{K_1}{2} \omega t + (C_2 + \omega C_1) \sin \frac{K_1}{2} \omega t \right].$$

Nous sommes dans le cas des oscillations amorties : l'équipage mobile oscille, et l'amplitude des oscillations décroît en progression géométrique.

A l'origine de ce mouvement, le ressort qui s'oppose à la chute libre de l'équipage est tout à fait détendu et ne commence à se resserrer qu'avec le parcours de l'équipage mobile vers le bas. Nous devons par conséquent supposer qu'à l'origine du mouvement $t = 0$ (temps jusque là écoulé t_3)

$x = 0$ et $\frac{dx}{dt} = V_3$ (vitesse avec laquelle la traverse frappe les ressorts amortisseurs).

Il vient : $C_1 + \frac{g}{K_4} = 0, \quad C_1 = -\frac{g}{K_4}$

et

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{K_1}{2} (C_1 - \omega C_2) = V_3, \quad C_2 = \frac{2 V_3}{K_1 \omega} + \frac{C_1}{\omega} = \frac{2 V_3}{K_1 \omega} - \frac{g}{K_4 \omega}$$

D'où la forme définitive concernant la quatrième phase du mouvement est

$$x = e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[-\frac{g}{K_4} \cos \frac{K_1}{2} \omega t + \frac{1}{\omega} \left(\frac{2V_3}{K_1} - \frac{g}{K_4} \right) \sin \frac{K_1}{2} \omega t \right] + \frac{g}{4} \quad [H]$$

et

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[-\frac{2V_3}{K_1} \cos \frac{K_1}{2} \omega t + \left(\frac{2V_3}{K_1 \omega} - \frac{g}{K_4} \left(\frac{1}{\omega} + \omega \right) \right) \sin \frac{K_1}{2} \omega t \right]. \quad [I]$$

Enfin considérons le cas où $K_1^2 - 4 K_4 = 0$, ce qui correspond à la valeur critique :

$$K_1 = 2 \sqrt{K_4}.$$

L'intégrale générale est :

$$x = (C_1 t + C_2) e^{-\frac{K_1}{2}t} + \frac{g}{4} \quad \text{et} \quad \frac{dx}{dt} = e^{-\frac{K_1}{2}t} \left(C_1 - C_1 t \frac{K_1}{2} - C_2 \frac{K_1}{2} \right)$$

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE ET SÉLECTION DES EFFORTS AGISSANT SUR L'ÉQUIPAGE MOBILE*

Forces électrodynamiques. — Les efforts électrodynamiques peuvent être évalués avec une approximation suffisante, en fonction de l'intensité maximum instantané se produisant à l'origine du court-circuit. La difficulté réside en ce fait que la répulsion électrodynamique des contacts ne se produit pas tout à fait comme nous l'avons étudié mathématiquement et ceci, même pour des systèmes de disjoncteurs identiques et dans les mêmes conditions de fonctionnement. Ce n'est qu'après avoir procédé à un très grand nombre d'essais systématiques que l'on est arrivé à élucider quelque peu cette question.

On a montré expérimentalement que la répulsion électrodynamique la plus énergique se produit toujours dans les contacts eux-mêmes, et non

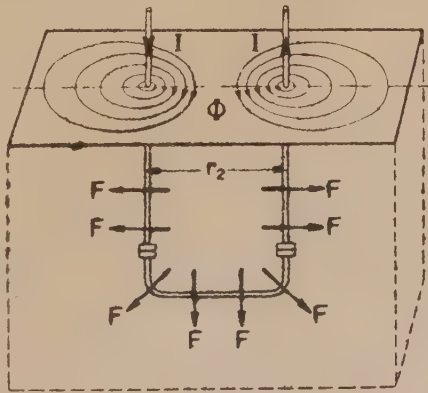


Fig. 7L

dans le système entier comportant les contacts mobiles. La figure (7) représente schématiquement la répartition des efforts électrodynamiques F et des flux électromagnétiques Φ dans un disjoncteur simple à double rupture. Elle montre nettement l'influence du conducteur d'amenée du

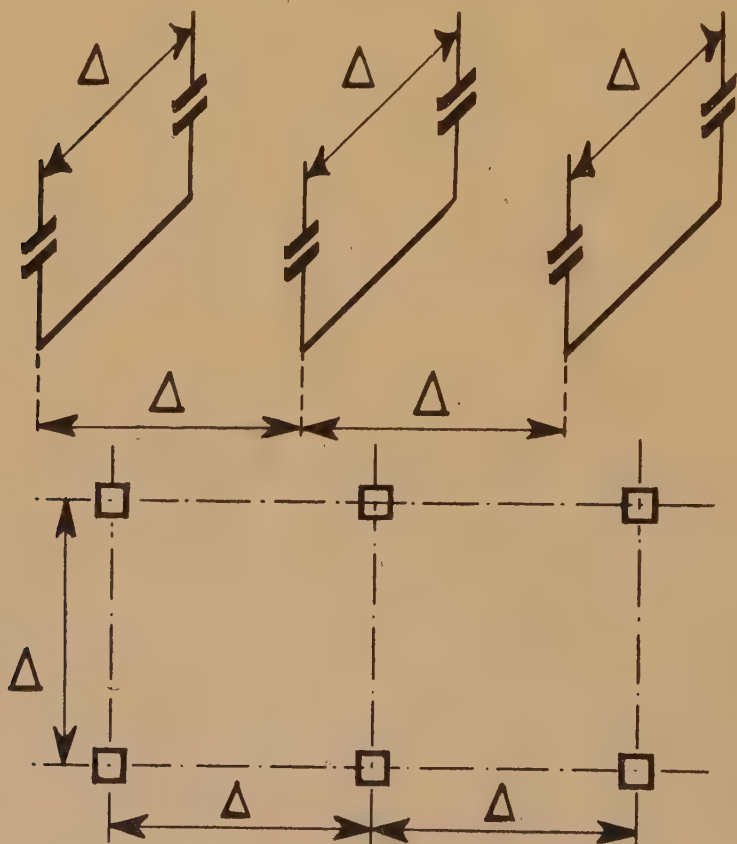


Fig. 8.

courant sur celui de sortie et vice-versa. La figure 8 donne le schéma d'un disjoncteur triphasé. En appelant par r_1 la distance entre chaque paire de contact, par r_2 la distance entre un conducteur d'entrée et un conducteur de sortie et par ρ le rayon du conducteur du disjon-

teur, nous pouvons calculer l'ensemble des efforts électrodynamiques directs et indirects, en se servant des formules d'Estorff :

$$\begin{aligned}
 \text{Pour la phase I} \quad & \left\{ \begin{aligned} f'_1 &= 0,25 \, I_1 \, I_1 \left(1 + 4 \log \frac{r_2}{\rho} \right) \\ f'_2 &= 0,25 \, I_1 \, I_2 \, 4 \log \frac{1}{r_1} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \\ f'_3 &= 0,25 \, I_1 \, I_3 \, 4 \log \frac{1}{2r_1} \sqrt{4r_1^2 + r_2^2} \end{aligned} \right. \\
 \text{Phase II} \quad & \left\{ \begin{aligned} f''_1 &= 0,25 \, I_1 \, I_2 \, 4 \log \frac{1}{r_2} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \\ f''_2 &= 0,25 \, I_2 \, I_2 \left(1 + 4 \log \frac{r_2}{\rho} \right) \\ f''_3 &= 0,25 \, I_2 \, I_3 \, 4 \log \frac{1}{r_1} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \end{aligned} \right. \\
 \text{Phase III} \quad & \left\{ \begin{aligned} f'''_1 &= 0,25 \, I_1 \, I_3 \, 4 \log \frac{1}{2r_1} \sqrt{4r_1^2 + r_2^2} \\ f'''_2 &= 0,25 \, I_2 \, I_3 \, 4 \log \frac{1}{r_1} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \\ f'''_3 &= 0,25 \, I_3 \, I_3 \left(1 + 4 \log \frac{r_2}{\rho} \right). \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Sur la phase I agit donc une résultante des forces :

$$\begin{aligned}
 \text{sur la phase II} \quad & F_1 = f'_1 + f'_2 + f'_3 \\
 \text{sur la phase III} \quad & F_2 = f''_1 + f''_2 + f''_3 \\
 & F_3 = f'''_1 + f'''_2 + f'''_3
 \end{aligned}$$

Etant donné que pour un instant quelconque t les intensités du courant varient selon :

$$I_1 = I_0 \sin \omega t; \quad I_2 = I_0 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\text{et} \quad I_3 = I_0 \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right),$$

on obtient :

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 0,25 \, I_0^2 \sin \omega t \left[\sin \omega t \left(1 + 4 \log \frac{r_2}{\rho} \right) + 4 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \log \frac{1}{r_1} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \right. \\
 &\quad \left. + 4 \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \log \frac{1}{2r_1} \sqrt{4r_1^2 + r_2^2} \right];
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_2 &= 0,25 \, I_0^2 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \left[4 \sin \omega t \log \frac{1}{r_1} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} + \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right. \\
 &\quad \left. \left(1 + 4 \log \frac{r_2}{\rho} \right) + 4 \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \log \frac{1}{r_1} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \right];
 \end{aligned}$$

$$\text{et } F_3 = 0,25 I_0^2 \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \left[4 \sin \omega t \log \frac{1}{2r_1} \sqrt{4r_1^2 + r_2^2} + 4 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \log \frac{1}{r_1} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} + \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \left(1 + 4 \log \frac{r_2}{\rho} \right) \right].$$

La résultante instantanée de ces forces agissant sur l'équipage mobile est : $F = F_1 + F_2 + F_3$.

La valeur totale en fonction de l'intensité efficace sera :

$$F = 2I^2 \text{eff.} \left[0,75 \left(1 + 4 \log \frac{r_2}{\rho} \right) - 2 \log \frac{1}{r_1} \sqrt{r_1^2 + r_2^2} - \log \frac{1}{2r_1} \sqrt{4r_1^2 + r_2^2} \right] 10^{-8}.$$

Si r_1 , r_2 et ρ sont donnés en cm et I eff en ampères, la force F sera alors en kg.

Dans notre cas $r_1 = 25$ cm et $\rho = 1,5$ cm.

La force F variera en fonction de l'intensité suivant une loi parabolique simple : $F = 2 \cdot 4,25 I^2 \text{eff.} 10^{-8} = 8,5 I^2 \text{eff} 10^{-8}$;

Cette force représente la constante K_d pour un courant de court-circuit déterminé.

Les variations de $F = f(I \text{ eff})$ sont représentées sur la figure 9. En réalité cette force n'est pas appliquée au centre de gravité du système mobile. Les formules d'Estorff, où nous avons matérialisé les phases et avons désigné celle du milieu par II, montrent que la résultante électrodynamique monophasée est légèrement plus faible dans la phase du milieu que dans les phases de côté. Ceci est dû aux actions réciproques de phases. il y a une contre-action de la phase I et de la phase III sur la phase II. Il s'ensuit que le point d'application où agit la force F ne reste pas dans une position invariable, mais oscille le long de la traverse, approximativement entre les valeurs $\left(\frac{r_1}{2} \right)_I - \left(\frac{r_1}{2} \right)_{II}$. De telles oscillations sont d'ordre

harmonique. La courbe de la figure permet, dans le cas du système triphasé, de déterminer la valeur de la constante K_d . Par exemple, dans notre cas, pour un courant de court circuit de 10.000 amp. on trouve $K_d = 8,5$ kg ; pour 20.000 amp., $K_d = 34$ kg ; pour 30.000 amp. $K_d = 76,5$ kg ; par un court-circuit de 50.000 amp. cette force électrodynamique serait de 1.212 kg. ce qui n'est plus admissible pour notre disjoncteur d'expérience. Pour porter ces valeurs dans la formule (C), il convient d'abord de passer à la constante K_3 qui est égale à

$$\frac{K_d + mg}{m}.$$

Le poids de l'équipage mobile étant : 38 kg., sa masse est

$$\frac{P}{g} = \frac{38}{9,81} = 3,87$$

D'où pour 10.000 amp. $K_3 = 12$ kg.
 pour 20.000 amp. $K_3 = 19$ kg.
 pour 30.000 amp. $K_3 = 25,5$ kg.
 pour 50.000 amp. $K_3 = 323$ kg.

Pour une intensité nulle la constante $K_3 = 9,81$ puisqu'on a : $\frac{0 + mg}{m}$.

Au moyen de la relation entre K_d et K_3 nous construisons une courbe (fig. 10) qui nous permet alors de déterminer directement la valeur K_3 à partir de l'intensité du courant de court-circuit. Il suffit de porter la constante K_3 ainsi déterminée dans la formule (C) pour connaître le mou-

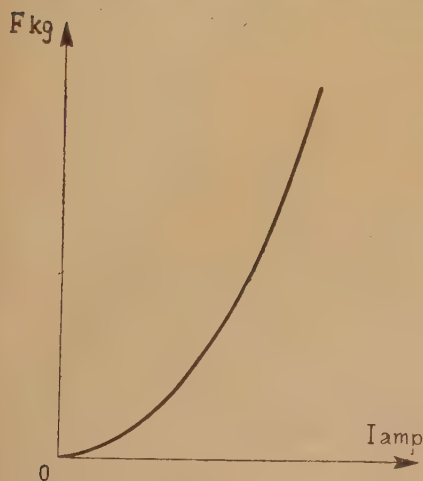


Fig. 9.

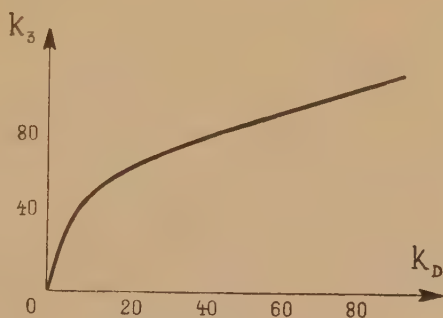


Fig. 10.

vement de la traverse en fonction des efforts électrodynamiques. Rappelons que cette constante K_3 est évaluée en valeur absolue. L'intensité du courant de court-circuit se détermine par les moyens habituels. La statistique montre que l'application des formules d'Estorff est d'une précision pratique tout à fait suffisante (± 5 p. 100).

Résistance de l'huile. — La détermination expérimentale de la constante K_1 se fait normalement en fonction de la viscosité de l'huile. Rappelons qu'elle dépend en général de la forme et des dimensions de la traverse mobile et du milieu dans lequel cette traverse se meut ; dans nos considé-

rations théoriques nous avons supposé les caractéristiques de ce milieu constantes.

L'huile minérale que nous avons utilisée était choisie à la base de naphte et avait les qualités physiques suivantes :

viscosité : à 20°C... 6°E ;

point de combustion... 200° C ;

point de congélation 5° C environ,

rigidité diélectrique 30.000 V : cm.

Nous n'avons observé aucune trace d'impuretés de nature physique (corps étrangers en suspension), ni de nature chimique (acidité). La rigidité diélectrique était mesurée au moyen de deux petites sphères en laiton de 1,5 cm de diamètre, placée dans l'huile à la distance de 0,5 cm.

Lors de l'augmentation de la température, conséquence de court-circuit, nous n'avons constaté aucune formation de dépôt.

Dans ces conditions nous mesurons à la vitesse de 1 m : s ; la valeur de

$$K_H \frac{dx}{dt} = 12,5 \text{ kg} \quad \text{d'où} \quad K_1 = \frac{K_H}{m} = \frac{12,5}{3,87} = 3,23 \text{ kgm : s.}$$

Force mécanique des ressorts. — Enfin la constante K_2 se détermine en fonction des qualités mécaniques de quatre ressorts de détente. Les quatre ressorts sont identiques. La longueur d'un ressort étant = 20 cm. ; 14 cm. quand le ressort est comprimé. Six cm. sont dus, par conséquent, à l'allongement ou à la flèche f du ressort lors de son fonctionnement. Le diamètre du ressort est $d = 2,2$ cm. le nombre des spires n étant 14, rayon du fil $\rho = 0,4$ cm.

Le ressort étant en acier, en appelant G le module de rigidité ou encore le rapport de la force agissante par unité de surface sur la déformation angulaire correspondante, et en appliquant la formule connue de mécanique

$F = \frac{d^4 G f}{\rho^3 n q^3}$ on obtient la force du ressort à l'extension. Ne pouvant

pas déterminer exactement la valeur G nous avons adopté la valeur de cette force qui nous a été donnée par le constructeur ($F = 40$ kg.)

Dans notre cas il faut la multiplier par quatre (quatre ressorts) ce qui nous donne $F_1 = 4F = 160 = K_R X$ avec $x = f = 6$ cm.

Il s'ensuit que $K_R = \frac{160}{6} = 26,66 \text{ kg : cm.}$ ou encore $K_R = 2666 \text{ kg : m.}$

d'où $K_2 = \frac{K_R}{m} = \frac{2666}{3,87} = 688.$

Ainsi nous savons déterminer pour un disjoncteur à huile quelconque les

valeurs des constantes K_1 , K_2 et K_3 qui rentrent dans l'expression différentielle.

Seule la constante K_3 englobant toute action électrodynamique est variable avec le courant de court-circuit. La constante K_1 peut être considérée comme invariable puisque nous supposons que la viscosité de l'huile ne change pas lors d'un court-circuit.

En effet la viscosité en fonction de l'effet thermique provoqué par un courant de court-circuit change de qualités physiques avec un certain retard par rapport au mouvement total de la traverse ; le temps de changement d'état est plus long que le temps nécessaire au passage de l'équipage mobile de sorte que si la formation d'une nouvelle viscosité a lieu, elle commence à se produire seulement après le mouvement.

Représentation graphique du mouvement. — La connaissance d'une part de la loi théorique du mouvement de l'équipage mobile d'un disjoncteur à l'huile et, d'autre part, des différentes constantes qui en font partie, nous permet de figurer graphiquement, au moyen de courbes représentatives, aussi bien l'espace parcouru par cet équipage mobile que la vitesse avec laquelle il le parcourt. Pour cela il ne nous reste plus qu'à définir les quantités :

$$x_0 - \frac{K_3}{K_2} \quad \text{et} \quad \alpha = \sqrt{4 \frac{K_2}{K_1}} - 1. \quad \text{Posons } \xi = x_0 - \frac{K_3}{K_2}$$

x_0 — étant l'espace parcouru par l'équipage mobile lorsqu'il reste soumis aux efforts électrodynamiques. Pratiquement il suffit donc de connaître la projection verticale de l'arc électrique ; ceci se réalise tout simplement par la photographie de l'arc sur une bande préalablement placée, au moyen d'un récipient spécial, dans la partie axiale de la cuve. Généralement cette distance x_0 est fonction de la tension et de la nature de l'huile. Mais on a constaté dans la pratique que cette distance est également fonction de l'intensité du courant, c'est-à-dire que l'extinction de l'arc est d'autant plus lente que l'intensité du courant est plus forte (augmentation surfacique des contacts).

Restons dans notre cas. Nous aurons respectivement pour les intensités du courant de court-circuit de 10.000, 20.000..... 50.000 amp. les valeurs de ξ égales à 0,058 — 0,074 — 0,090 — 0,530.

Ainsi construisons une courbe :

$$x = \left(x_0 - \frac{K_3}{K_2} \right) e^{-\frac{K_1}{2} t} \left[\cos \frac{K_1}{2} \alpha t + \frac{1}{\alpha} \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right] + \frac{K_3}{K_2} \quad [C]$$

qui n'est valable que pour un court-circuit, figure. 11. Pour un autre court-circuit elle prend une autre allure, mais son caractère reste semblable. Sur l'ordonnée on lit alors directement la distance qu'occupe l'équipage mobile en fonction du temps. Elle se termine en même temps que l'arc électrique. Sur la

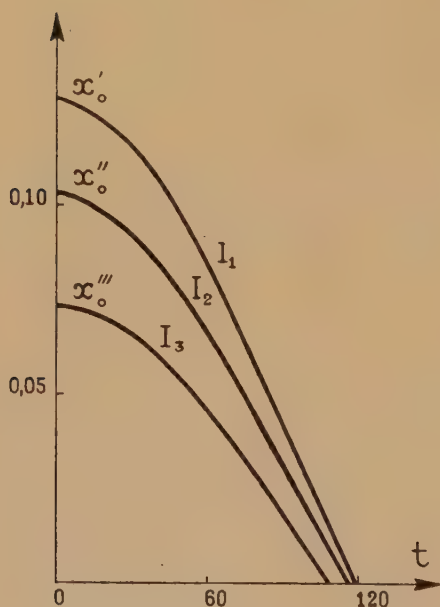


Fig. 11.

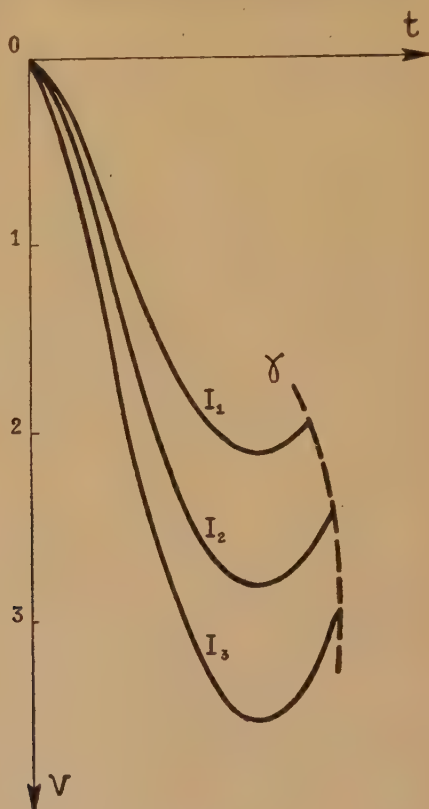


Fig. 12.

figure 11 nous avons construit une famille des courbes $x = f(t)$ avec I comme paramètre variable.

La figure 12 représente dans la même circonstance les caractéristiques des vitesses :

$$V_1 = - \left(x_0 - \frac{K_3}{K_2} \right) \frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2} t} \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t. \quad [D]$$

Pour chacun de ces régimes nous avons ainsi sur ces courbes caractéristiques le temps t_1 pendant lequel agissent les forces électrodynamiques.

Pendant la seconde phase du mouvement ces efforts électrodynamiques disparaissent et l'équipage mobile continue son chemin selon l'expression

$$x = e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[\left(x'_0 + \frac{g}{K_2} \right) \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + \left(\frac{2V_1}{\alpha K_1} + \frac{x'_0 \frac{g}{K_2}}{\alpha} \right) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right] - \frac{g}{K_2} \quad [E]$$

Ce mouvement a lieu tant que l'action des ressorts persiste. La distance x'_0 est la différence entre la longueur du ressort évaluée à sa détente complète et la longueur x_0 précédemment déterminée.

La valeur de V_1 est prise sur les courbes ci-dessus pour le temps t_2 . Pour chaque régime déterminé on évalue ainsi les grandeurs x'_0 et V_1 ,

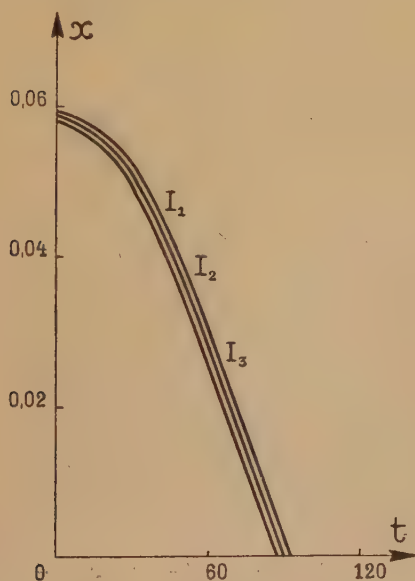


Fig. 13.

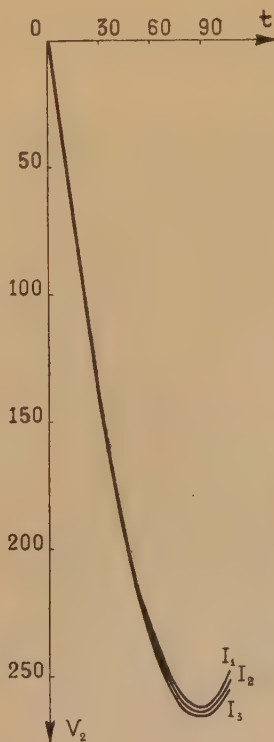


Fig. 14.

on les porte dans l'expression (E) et on prolonge ensuite de t_1 à t_2 les courbes relatives à la première phase du mouvement. On obtient ainsi les variations du mouvement jusqu'à la détente complète du ressort.

C'est cette distance, autrement dit $x_0 + x'_0$, que détermine le temps t_2 .

De même on détermine les vitesses (courbes de la figure 14. La figure 15 représente un détail de la figure précédente et montre l'intersection des courbes) :

$$V_2 = -\frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2}t} \left[-\frac{2V_1}{K_1} \cos \frac{K_1}{2} \alpha t + \left(\frac{2V_1}{\alpha K_1} + \frac{(1 + \alpha^2)(K_2 x'_0 + g)}{\alpha K_2} \right) \sin \frac{K_1}{2} \alpha t \right]. \quad [F]$$

La troisième phase du mouvement est interprétée par l'équation (G) qui permet à la fois de connaître les variations de x et les valeurs finales des vitesses. On détermine facilement par différence la distance concer-



Disjoncteur d'expérience des Laboratoires de recherches de l'Ecole Spéciale des Travaux Publics.

nant cette troisième phase. Ceci se définit très facilement connaissant la distance comprise entre la traverse en repos (point d'origine) et les ressorts d'amortissement : il suffit alors de retrancher de cette hauteur h la distance jusque-là parcourue $x_0 + x'_0$. Connaissant alors x''_0 on détermine la

vitesse V_3 avec laquelle, toujours pour un régime considéré, la traverse vient frapper ces ressorts. On construit également une famille de courbes correspondant à cette phase (fig.) :

$$x = \frac{1}{K_1^2} \left[K_1 (V_2 - V_3) - g \log \frac{g - K_1 V_3}{g - K_1 V_2} \right]; \quad [G]$$

la distance x est donnée en fonction de la vitesse et vice-versa. Enfin, la quatrième phase interprète la loi de variation oscillatoire ; elle ne présente d'intérêt à l'étude expérimentale qu'au point de vue référence. Quand l'équipage mobile touche les amortisseurs, on considère déjà son rôle comme terminé et il oscille, d'autre part, sur

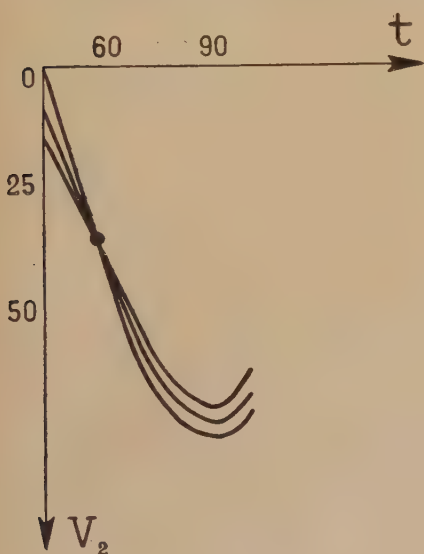


Fig. 15.

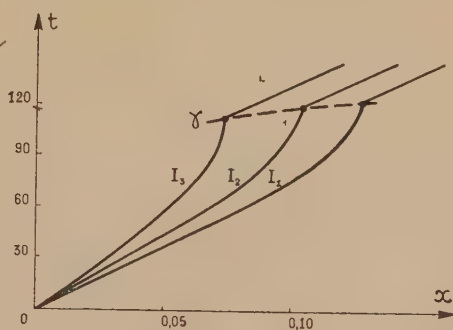


Fig. 16.

un dispositif étudié à l'avance et où l'influence des efforts électrodynamiques n'est pas à envisager ; ces amortisseurs peuvent par conséquent être mis au point d'une façon parfaite et une fois pour toute.

DISCUSSION DES RÉSULTATS ET CONCLUSIONS GÉNÉRALES

La mise en équations mathématiques du mouvement de la partie mobile d'un disjoncteur à huile de construction normale présente un certain intérêt incontestable. Elle permet avant tout de se rendre compte au moment voulu de la position des contacts mobiles et de la vitesse avec

laquelle ils se déplacent dans l'huile. Ces dernières vitesses permettent à leur tour de faire connaître directement la valeur de l'énergie cinétique, dont la partie mobile est animée. La construction des courbes $x = f(t)$ peuvent présenter encore l'intérêt suivant : chaque courbe de la première phase (action électrodynamique) se termine avec l'extinction de l'arc et donne directement en abscisse la valeur correspondant du temps ; si l'on réunit ces points par une courbe continue on obtient un lieu géométrique qui permet la prédétermination de la longueur maximum de l'étincelle et du temps jusqu'à son extinction et cela pour n'importe quel régime pourvu qu'on reste dans la zone des courants admissibles de court-circuit (fig. 16). De même, le lieu géométrique des courbes $x = f(t)$ de la seconde phase (action de ressorts seuls) permet la prédétermination pour tout court-circuit possible du temps que mettrait l'équipage mobile pour parcourir la distance sous l'action forcée des efforts électrodynamiques et des ressorts. L'allure de ces deux natures de courbes (leur vitesse d'accroissement, courbure etc...) permet d'analyser l'influence des forces électriques au déclenchement. On voit que ces forces provoquent une accélération qui croît avec l'intensité du courant de court-circuit. Le rôle d'un disjoncteur consistant à couper le plus énergiquement et le plus rapidement possible le circuit dérangé, on voit que l'action des efforts électrodynamiques serait très favorable. Cependant selon la construction et le type d'appareil une telle accélération n'est appréciable qu'à partir d'une intensité de courant et, en général, discutable pour des valeurs moindres. Cette accélération n'est également favorable que jusqu'à une certaine valeur limite au-dessus de laquelle elle agit intempestivement, donnant naissance dans l'équipage mobile à une énergie cinétique trop élevée capable de détériorer ou de dérégler les ressorts-amortisseurs. Il y a donc pour un disjoncteur considéré deux courbes limites qui bornent l'une en dessous l'autre en dessus les applications utiles des efforts électrodynamiques. D'ailleurs pour une intensité inadmissible, d'autres facteurs néfastes peuvent intervenir, par exemple, brûlure possible des contacts, torsion électromécanique des fils d'amenée du courant, etc... Il est d'ailleurs possible de tracer sur les diagrammes que nous avons déterminés de telles limites critiques pour connaître alors la zone d'utilisation où on se trouve à l'abri de toutes surprises désagréables. L'expression du mouvement de la troisième phase semble également être très intéressante ; elle permet la connaissance de la vitesse V_3 et, par conséquent, celle de l'énergie cinétique de l'équipage mobile au moment où il rencontre les ressorts amortisseurs. Ces derniers sont prévus pour supporter une charge

quelconque maximum et peuvent être facilement détériorés, sinon déréglés, si cette charge est dépassée. Dans notre cas et, en général, pour les appareils de puissance moyenne fonctionnant sous les tensions d'ordre de 10 à 30.000 volts, tension alternative, disjoncteur à double rupture, on peut admettre comme vitesse moyenne maximum admissible $V_s = 2 \text{ m : s.}$ Notre étude, ainsi que nous l'avons dit, a été faite en admettant la constance de la viscosité d'huile. Il semble que c'est bien le cas pratique. Si l'on signale quelquefois le changement des qualités physiques de l'huile

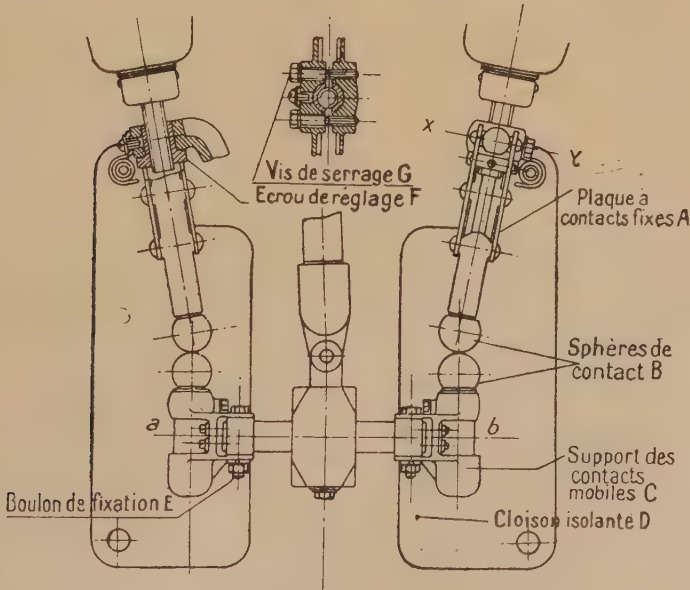
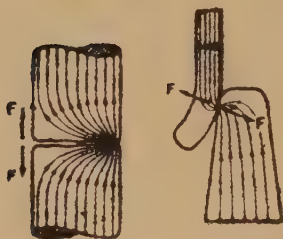


Fig. 17.

c'est parce qu'on ne tient pas compte du retard avec lequel un nouveau régime se forme. L'ionisation de l'huile, si elle est importante, pourrait avoir également un contre effet électrodynamique sur l'équipage mobile, mais elle se forme elle aussi après son passage, car c'est bien l'arc électrique étiré par les contacts mobiles qui ionise l'huile. Cette ionisation peut par conséquent avoir un contre-effet sur l'arc lui-même, mais pas directement sur le mouvement mécanique de la traverse de contact. D'ailleurs la longueur de l'arc doit être évaluée expérimentalement de sorte que ces facteurs ne gênent nullement la méthode que nous préconisons et que

nous venons de développer. Il est donc légitime d'espérer que cette présente contribution apportera quelques utilités dans la technique actuelle des disjoncteurs à huile.

Appendice. — L'étude de l'action des efforts électrodynamiques n'est pas toujours applicable ; nous croyons devoir signaler ce point et renseigner pourquoi. Dans le cas de contacts sphériques représentés ci-contre sur la figure 17, il va de soi que les efforts électrodynamiques tels que nous les avons exposés sont parfaitement applicables. Il en serait de même pour tous les autres types. Mais on peut se trouver en présence d'appareil moins coûteux ou destinés à couper de fortes intensités sous tensions



Les forces de répulsion dues à la concentration du courant sur un point cherchant à séparer les contacts.

Fig. 18.

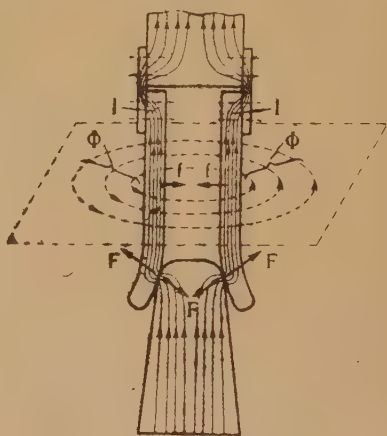


Fig. 19.

faibles, et dans lesquels se forment des résistances passives qui obligent à prendre d'autres mesures constructives. Il est connu relativement depuis longtemps et nous y avons déjà fait allusion que le courant au lieu d'être uniformément réparti sur toute la surface de contact se trouve en quelque sorte concentré sur plusieurs ou même sur un seul point, comme nous l'avons reproduit sur la figure 18). On y voit clairement que les forces de répulsion, dues à la concentration du courant sur un point particulièrement défavorable, tendent à écarter les contacts par rapport à ce point. Un calcul rapide montre qu'avec les efforts F que nous avons déterminés plus haut dans cette étude, le moment statique par rapport à ce point serait considérable $2Fd$ et est capable de mettre très rapidement hors d'état un disjoncteur qui paraît donner toute satisfaction. Cet état de

chose est surtout à craindre dans les installations où la tension de service étant relativement basse on maintient des courants assez élevés et où les intensités de court-circuit peuvent atteindre des valeurs considérables, les efforts sont alors de plusieurs centaines de kilogrammes par paire de contacts. Pour obvier à cela, on a imaginé dans la construction un certain nombre de moyens, forts ingénieux du reste, qui permettent plus ou moins de réaliser une compensation de répulsion. Entre autres on peut signaler le dispositif représenté schématiquement sur la figure 19, et comprenant

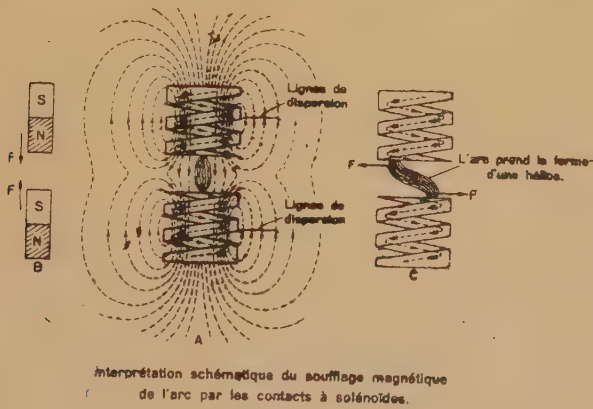


Fig. 20.

plusieurs doigts de contacts en parallèle ; l'effet de répulsion est compensé par les efforts d'attraction résultant de plusieurs circuits comme il est montré sur la figure.

Un autre moyen consiste dans l'emploi des contacts dits *solénoïdes*. De tels contacts en forme de solénoïde de quelques spires sont conçus de telle façon que le courant de court-circuit les traversant, produit une force d'attraction du même ordre de grandeur que la force électrodynamique de répulsion ; l'égalité de deux forces opposées reste vraie, quelle que soit l'intensité du courant de court-circuit, puisque toutes deux sont proportionnelles à I^2 . La figure 20 donne la description schématique de l'effet de compensation, attraction égale à la répulsion, et du soufflage magnétique ainsi engendré. Il est intéressant de remarquer ce phénomène physique curieux : à la séparation des contacts, les champs électromagnétiques ont tendance à allonger l'arc, lui donnant la forme d'une hélice,

comme s'il était matérialisé. On constate aussi que ce soufflage magnétique contribue beaucoup à l'extinction de l'arc.

Il existe d'autres moyens de compensation complète ou d'amélioration partielle qui ont déjà fait l'objet de nombreuses communications dans la littérature technique. Nous ne nous arrêterons pas sur cette question. Il était de notre devoir de la signaler, afin de ne pas prétendre que l'emploi de notre méthode peut s'appliquer, en général, à tous les types de disjoncteur à huile. Néanmoins il y a beaucoup d'appareils où de tels artifices ne sont pas applicables et cela est commandé par d'autres considérations.

Enfin, nous avons cru intéressant de montrer de quelle façon le mouvement le plus général d'un disjoncteur, du type actuellement encore le plus employé, peut être mis en évidence au moyen d'un puissant instrument scientifique : l'expression mathématique.

BIBLIOGRAPHIE

- Arnold ROTH. — *Tendances actuelles dans la construction et l'utilisation des interrupteurs à haute tension*, Société Française des Electriciens, tome X du *Bulletin Mensuel* (Année 1930).
- E.B. MERRIAM. — *Développements of Oil-blast. Circuit Breakers*-Général Electric Compagny-Géa, 1532, décembre 1931.
- Compagnie Electro-Mécanique. — Disjoncteur à bain d'huile. Système Brown Boveri à grand pouvoir de rupture, F, 640/2a.
- A. CLERC, Ingénieur aux ateliers de Constructions électriques de Delle. — *Les disjoncteurs à haute tension dans l'air*. Un nouveau modèle à grand pouvoir de coupure.
- Fritz KESSELRING (traduit par R. Gretz). — *Le disjoncteur à expansion*. Un nouveau disjoncteur à haut pouvoir de rupture, sans huile ; Extrait de la *Revue Générale de l'Electricité*, 27 juin 1931, t. XXIX, p. 1020-1027.
- Ateliers de Constructions Electriques de Delle. — *Disjoncteurs pneumatiques à haute tension, à grand pouvoir de coupure*, type A-5, p. 81, 1, 32.
- Etablissements MERLIN et GÉRIN S. A. — *Disjoncteurs et Appareillages à très haute tension*, 75 à 150 kilovolts. Notice A. 11.
- O. BOHNY, H. ROUSSEAU, Ingénieur E.P.Z. — *Considérations sur les Disjoncteurs à pouvoir de coupure élevé*, *Bulletin Gardy*, octobre 1929, n° 3.
- O. BOHNY, ing. S.F.G.H. ROUSSEAU, Ing. E.P.Z. — *Considérations sur les Disjoncteurs à pouvoir de coupure élevé* (suite). — *Bulletin Gardy*, juillet 1929, n° 2.
- M. DELAY. — *Recherches analytiques et cinématographiques sur les interrupteurs dans l'huile*, C° Electro-Mécanique, B. 630/2.
- H. C. KLONINGER. — *Analyse des phénomènes de ruptures dans l'huile*, Société anonyme Brown, Boveri et C°, 1115 F-XI. i (5244), avril 1930.
- J. KOPELIOWITCH. — *Contribution expérimentale au problème des interrupteurs dans l'huile*. — Extrait de la *Revue générale de l'Electricité*, des n°s 7 et 8, t. XXVII, des 15 et 22 février 1930.
- Forges et Ateliers de Constructions électriques de Jeumont. — *Disjoncteurs à Haute tension à couper dans l'huile*, janvier 1934, A.J.C. 5.
- Société Anonyme BROWN et BOVERI et C°. — *Interrupteurs dans l'huile à grande puissance de rupture*, 782, F. mai 1923.

- Société Anonyme BROWN, BOVARI et Co. — *Analyse des phénomènes de rupture d'arc dans l'huile*, 1115, F-XI, 1^{er} mai 1929.
- Société Anonyme BROWN, BOVERI et C^{ie}. — *Quelques remarques sur les Disjoncteurs à bain d'huile*, 1030, F-XI, I, janvier 1928.
- J. KOPELIOWITCH. — *A propos de la normalisation internationale des interrupteurs dans l'huile : définition du pouvoir de rupture*. — Extrait de la *Revue Générale de l'Electricité* du 27 octobre 1928, t. XXIV, p. 625, 637, B, 630/1 1928.
- P. PAGNON Ing. I.E.G. — *Pouvoir de coupure : Définitions et résultats expérimentaux des diverses méthodes de calcul*. — Extrait de la *Revue générale de l'Elec.* du 10 octobre 1931, t. XXX, p. 589, 602, 1931.
- J. DORMONT, Ing. E.S.E.G. BALACHOWSKY, docteur ès sciences. — *Un nouvel interrupteur à faible volume d'huile*. — Extrait de la *Revue d'Elec. et de Mécanique*, n° 51 janvier, février 1937, notice AP-4D. n° 10.577.
- Société anonyme BROWN, BOVERI et Co. — *Description du Disjoncteur automatique pour courant continu*, avril 1929.
- Société anonyme BROWN, BOVERI et Co. — *Description de l'interrupteur ultra rapide*, septembre 1928.
- M. K. BUCHNER. — *Interrupteurs blindés à haute tension Siemens-France*, S.A. tiré de la *Revue Siemens*, n° 3, 1929, n° 3236/7.
- S. DMITRIEFF, J. KUNGLER. — *Sur le pouvoir de coupure des interrupteurs à huile*, *Revue d'Elect. et de Mécanique*, janvier-février 1931.
- Ateliers de Constructions électriques de Delle. — *Interrupteurs Delle à grande puissance*, D. 281. 9, 30.
- A. CLERC. — *Le réenclenchement sur court-circuit des disjoncteurs à pouvoir élevé. Etude des pare-étincelles*. — Extrait de la *Revue générale de l'Elect.* des 11 et 18 août 1928, t. XXIV, p. 217, 223, 225, 259, 1928.
- Etablissements MERLIN et GERIN. — *Disjoncteurs dans l'huile à forte puissance de rupture*, série F. P.
- Fritz KESSELBEING (traduit par Grezet). — *Le Disjoncteur à expansion*, un nouveau disjoncteur à haut pouvoir de rupture sans huile. *Revue Générale de l'Electricité*, t. XXIX, n° 26, 27 juin 1931.
- G. SIRE. — *Les interrupteurs dans l'huile. L'Electricien*, revue internationale de l'Elect. et de ses applications, 1^{er} novembre 1933, t. LXIV.
- Hocheleistungsschalter*, juin, 31.
- A. REYROLLE et C^{ie}. — *Metal-Clad Switchgear, Horizontal-Draw out*, type n° 382/8.32.
- General Electric, A. BLAST. — *Of oil and the arc is out*, Ges., 703 B. *Revue méthodique de matériel électrique*, Electricité, n° 33, juin 1937.
- M.-J. SAINT-GERMAIN. — *Quelques réalisations récentes en matière d'appareils de coupure des courants à haute tension ; Bulletin de la Société française des Electriciens*, t. VIII, janvier 1938.

CONFÉRENCE INTERNATIONALE DES GRANDS RÉSEAUX ÉLECTRIQUES
A HAUTE TENSION

- D.-C. PRINCE, n° 119, session 1935. — Les récents progrès des disjoncteurs à jet d'huile.
- Fritz KESSELRING, n° 131, session 1935. — La fréquence et le pouvoir de coupure de disjoncteur à grande puissance.
- C.-H. BRESSON, n° 107, session 1937. — Propriétés et application des interrupteurs et disjoncteurs de nouvelles techniques.
- L. MAGGI, n° 119, session 1937. — Contribution à l'étude des règles de la C.I.E. pour les disjoncteurs à courant alternatif.
- J.-V. BUTKEVITCH, n° 124, 1937. — Interruption ion-mécanique de circuits à courant alternatif à haute tension.
- O. B. BROWN, n° 128, session 1937. — Soufflage de l'arc par un champ magnétique.
- E. PUGNO-VANONI et G. SOMEDA, n° 130, session 1937. — Essais des interrupteurs à courant alternatif.
- S. TESZNER et L. GORJUP, n° 131, session 1937. — Les moyens modernes d'investigation et le développement de la technique des appareils d'interruption.
- D^r E. JUILLARD, n° 139, session 1937. — Contribution à l'étude du rétablissement de la tension après rupture d'un court-circuit de réseau dans les interrupteurs à courant alternatif.
- H. PREPPIKOFER, n° 141, session 1937. — L'effet de l'arc de rupture sur l'allure de rétablissement de la tension.
-

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Effet Raman dans les électrolytes

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 6 juillet 1938.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

CH. MAURAIN.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

G. ROUSSY.

DEUXIÈME PARTIE

TABLE DES MATIÈRES

ÉVREUX. — IMPRIMERIE HENRI DÉVÉ. — 8-7-38.
